

リング構造を含んだラダー系カオスネットワークにおける 同期状態のスイッチング現象

半井 勝也[†] 上手 洋子[†] 西尾 芳文[†]

[†] 徳島大学工学部 〒770-8506 徳島県徳島市南常三島 2-1

E-mail: [†]{nakabai,uwate,nishio}@ee.tokushima-u.ac.jp

あらまし 本研究では、結合カオス回路で構成されたネットワークにおける同期現象の調査を行う。ネットワーク構造は5個のリング構造を含むラダー結合で構成される。ラダー部分のカオス回路はカオス解が発生しリング箇所は同期解が発生するようにパラメータを設定する。回路シミュレーションから、分岐パラメータを変化させることにより各部において同期現象のスイッチングが発生することを観測する。

キーワード カオス回路、ネットワークトポロジー、同期現象

Switching Effect of Synchronization in Ladder-Coupled Chaotic Network Including Ring Structure

Katsuya NAKABAI[†], Yoko UWATE[†], and Yoshifumi NISHIO[†]

[†] Electrical and Electronic Engineering, Tokushima University,
2-1 Minamijosanjima, Tokushima, 770-8506 Japan

E-mail: [†]{nakabai,uwate,nishio}@ee.tokushima-u.ac.jp

Abstract

In this study, we investigate synchronization phenomena in coupled chaotic including a ladder and five ring structures. We set the bifurcation parameter of the circuits to generate periodic solutions or chaotic solutions. The ladder position is chaotic state and five ring positions are stable state. By the computer simulations, we confirm that synchronization state is switching in the model by changing bifurcation parameter.

Key words Chaotic Circuit, Network Topology, Synchronization.

1. ま え が き

ネットワーク内における同期現象は科学的観点において非常に興味深い分野の一つである。同期現象の調査は自然界での非線形現象を鮮明にするための重要な研究となっており、これは工学や生物学、社会学等の様々な分野で観測が認められている。また、ネットワークには異なったトポロジーからなる特性が存在する。従って、ネットワークの構造の違いによるダイナミクスの調査は重要になっており、各トポロジーを解析するための研究が進められている [1]~[5]。

一方で、結合されたカオスシステムでの同期は様々な高次元非線形現象を記述するのに非常に適したモデルである。特に近年、結合カオス回路を用いたカオス現象の研究が多く行われている。単純な構成からなるカオス回路の回路実験やコンピュータシミュレーションは、再現性の高さから非常に適していると考えられる。今後の工学においてカオス現象に関する非線形現

象の調査は重要な課題となる。カオス回路を用いたネットワークは、自然界や社会的ネットワークのモデリング化などへの応用が期待されている [6],[7]。

以前、我々の研究グループでは、リング構造を含んだラダー結合系でみられる同期現象の調査を行い、各ネットワークのトポロジーの違いにおける完全同期やカオス同期を確認した [8]。本研究では、以前のネットワークモデルを更に大規模化したものにおける同期現象を調査する。我々はラダー構造とリング構造を結合しているブリッジとなる部分に特に焦点を当てる。それぞれの結合カオス回路はカオス解、あるいは同期解が発生するパラメータを設定する。回路シミュレーションから、カオスネットワークにおける分岐パラメータを変化させることにより各部において同期現象の調査、またネットワークの各部における同期状態の安定性のスイッチングが発生することを観測する。

2. 回路モデル

本研究で使用する回路モデルを図1に示す。この回路は西尾・稲葉回路と呼ばれるカオス回路であり、負性抵抗、2つのインダクタ、キャパシタ、ダイオードにより構成されている [9]。この回路方程式を式 (1) に示す。

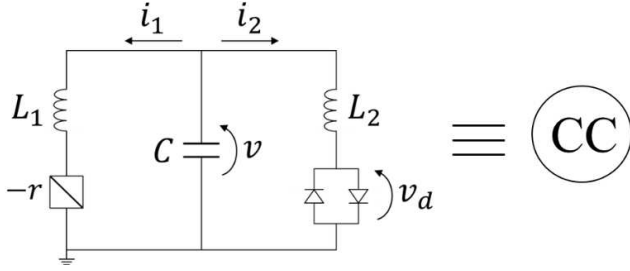


図1 回路モデル.

$$\begin{cases} L_1 \frac{di_1}{dt} = v + ri_1 \\ L_2 \frac{di_2}{dt} = v - v_d \\ C \frac{dv}{dt} = -i_1 - i_2. \end{cases} \quad (1)$$

非線形抵抗の $I - V$ 特性を式 (2) に示す。

$$v_d = \frac{r_d}{2} \left(\left| i_2 + \frac{V}{r_d} \right| - \left| i_2 - \frac{V}{r_d} \right| \right). \quad (2)$$

また、式 (1) 中の各変数を以下のように置き換えると、

$$\begin{cases} i_1 = \sqrt{\frac{C}{L_1}} V x_n, \quad i_2 = \frac{\sqrt{L_1 C}}{L_2} V y_n, \quad v = V z_n \\ \alpha = r \sqrt{\frac{C}{L_1}}, \quad \beta = \frac{L_1}{L_2}, \quad \delta = r_d \frac{\sqrt{L_1 C}}{L_2}, \\ \gamma = \frac{1}{R}, \quad t = \sqrt{L_1 C_2} \tau. \end{cases} \quad (3)$$

この回路の正規化された式 (4) が得られる。

$$\begin{cases} \frac{dx_i}{d\tau} = \alpha x + z \\ \frac{dy_i}{d\tau} = z - f(y) \\ \frac{dz_i}{d\tau} = -x - \beta y. \end{cases} \quad (4)$$

また、 $f(y_n)$ を以下に示す。

$$f(y_n) = \frac{1}{2} \left(\left| y_n + \frac{1}{\delta} \right| - \left| y_n - \frac{1}{\delta} \right| \right). \quad (5)$$

3. システムモデル

本研究では、ラダー結合されたカオス回路とリング結合されたカオス回路を組み合わせたネットワークモデルを提案する。それぞれのカオス回路は抵抗で結合する。図2に提案するネットワークモデルを示す。

CC_1 から CC_5 により構成されるラダー部分はカオス解が発生するようにパラメータを設定し、 CC_6 から CC_{20} により構成

される5箇所のリング部分は周期解が発生するようにパラメータを設定する。

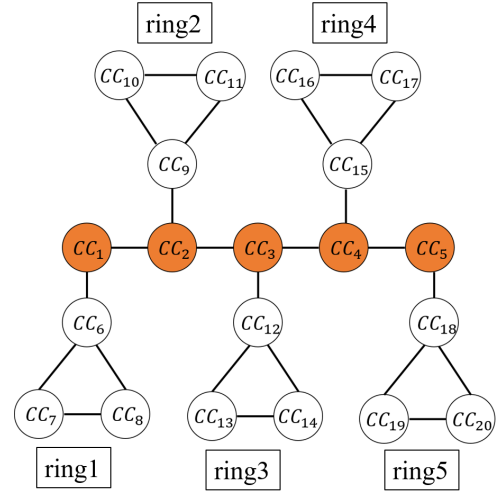


図2 ネットワークモデル.

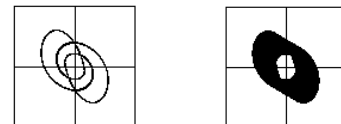
これらのネットワークモデルの正規化方程式は式 (6) のように表すことができる。

$$\begin{cases} \frac{dx_i}{d\tau} = \alpha x_i + z_i \\ \frac{dy_i}{d\tau} = z_i - f(y) \\ \frac{dz_i}{d\tau} = -x_i - \beta y_i - \sum_{i,j=1}^N \gamma_{ij} (z_i - z_j) \end{cases} \quad (6)$$

$(i, j = 1, 2, \dots, N).$

式 (6) において、 N は結合回路数を表し、 γ は回路間の結合強度、 α はカオス度を示すパラメータである。本研究ではパラメータを $\beta = 3.0$ 、 $\delta = 470.0$ 、とする。パラメータ α については、ラダー箇所を $\alpha = 0.430$ 、リング箇所を $\alpha = 0.412$ に設定する。また、分岐パラメータとして結合強度 γ を今回は用いる。ラダー箇所とリング箇所の結合強度はそれぞれ $\gamma = 0.2$ とする。本研究ではラダー構造とリング構造の2つのトポロジータイプの結合による調査を行うため、2つの構造のブリッジとなる箇所 (例えば、 CC_1 と CC_6 を結合する抵抗) の結合強度を変更した際の同期現象を調査する。

本稿において周期解とカオス解の判定はアトラクタによって行う。3周期解とカオス解が発生するようにパラメータを設定した場合のそれぞれのアトラクタを図3に示す。



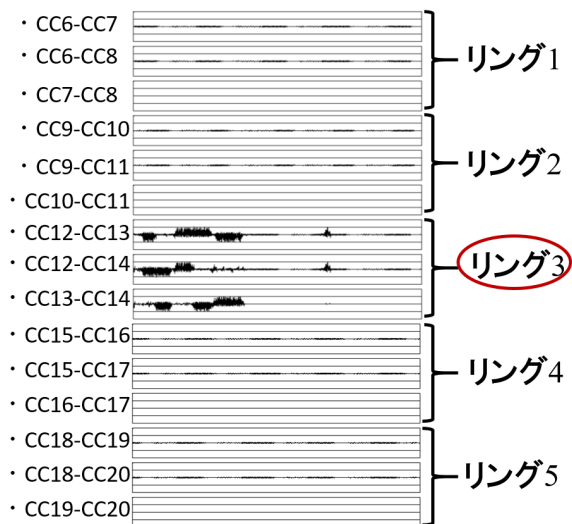
(a) 3周期アトラクタ. (b) カオスアトラクタ.

図3 回路モデルにおけるアトラクタ

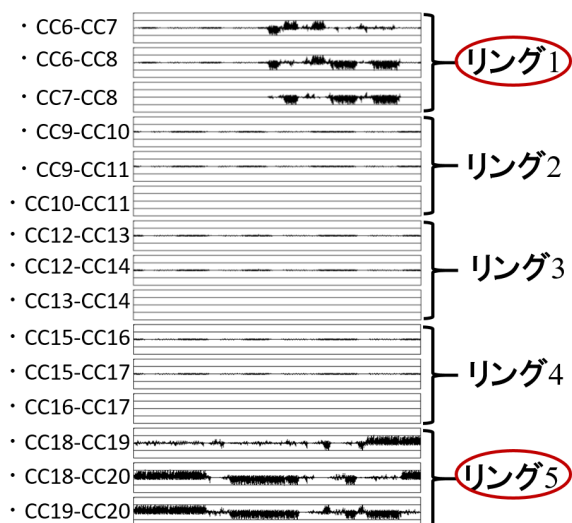
4. シミュレーション結果

コンピュータシミュレーションにより、同期状態の調査を行う。本研究では、ブリッジ箇所の結合強度を $\gamma = 0.01$ 、 $\gamma = 0.1$ 、 $\gamma = 0.2$ の3パターンに分けてシミュレーションを行う。同期状態の確認方法として各回路間の電圧差分波形を用いる。電圧の差分が小さい場合は、それぞれの回路が同様の出力を行っていると考え同期が発生しているとみなし、電圧の差分が大きい場合はそれぞれの回路が異なった出力を行っていると考え非同期とみなす。

まずはじめに、ブリッジ箇所の結合強度を $\gamma = 0.01$ と他の結合強度より非常に弱い場合の結果を図4に示す。この場合は図4に示すように、完全同期、あるいは非同期が起きている各リング箇所が、時間経過により他のリング箇所へ非同期が推移するという、各リングごとの変化。今回の場合は、初めにリング3において同期状態が非同期になっていたが、時間経過により、リング1やリング5へと非同期箇所が移っていく現象を確認した。



(a) 時間経過 $\tau = 50000 - 100000$



(a) 時間経過 $\tau = 150000 - 200000$

図4 ブリッジ箇所 $\gamma = 0.01$ の電圧差分波形.

続いて、ブリッジ箇所の結合強度を $\gamma = 0.1$ の場合の結果を図5に示す。この場合は、先程よりも結合強度が強くなったことで、ラダー箇所からリング箇所へのカオス伝搬が発生し、全リング間においてカオス同期と呼ばれる現象が発生していることを確認した。またこの時、3周期アトラクタが発生するはずのリング箇所におけるカオス回路が、カオス伝搬の影響でカオスアトラクタになっていることも同時に確認した

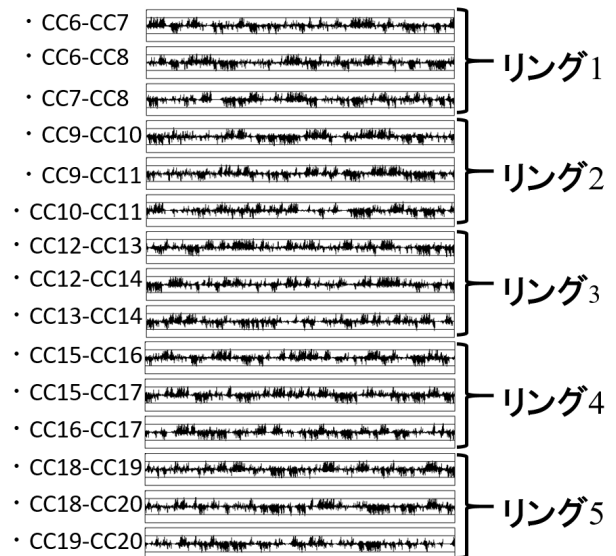


図5 ブリッジ箇所 $\gamma = 0.1$ の電圧差分波形.

最後にブリッジ箇所の結合強度を $\gamma = 0.2$ の場合の結果を図6に示す。この場合は、ラダー箇所とリング箇所の結合が強くなりネットワーク全体で再び完全同期に近いものを観測した。ところが、先ほど完全同期を観測できた $\gamma = 0.01$ の場合とは異なり、 $\gamma = 0.2$ の場合は各リング内で完全同期するタイミングがスイッチングするという、ネットワーク内の各部分における現象を確認した。図6を例に挙げると、リング1の場合は初め CC_6 、 CC_7 間で完全同期に近い状態が観測されていたが、時間経過することで CC_6 、 CC_8 間で同様の状態が切り替わり、さらに時間が経過すると CC_7 、 CC_8 間に切り替わり、この挙動が繰り返し行われていくという結果が得られた。これと同様の挙動がそれぞれのリング間においても各タイミングで発生していることを確認した。

これらの結果により分岐パラメータであるブリッジ箇所の結合強度を変化することにより、ネットワーク内の各所における同期状態がスイッチングしていくことを確認した。しかし、 $\gamma = 0.01$ の場合のスイッチングについて、本研究では非同期状態が推移していくリング部分の順番の規則性を確認することはできなかった。電圧差が伝搬すると考慮した場合は本結果の場合リング3から隣接しているリング2、リング4が続いて不安定状態になると考えられたが、異なる結果となったので今後調査を行う必要がある。

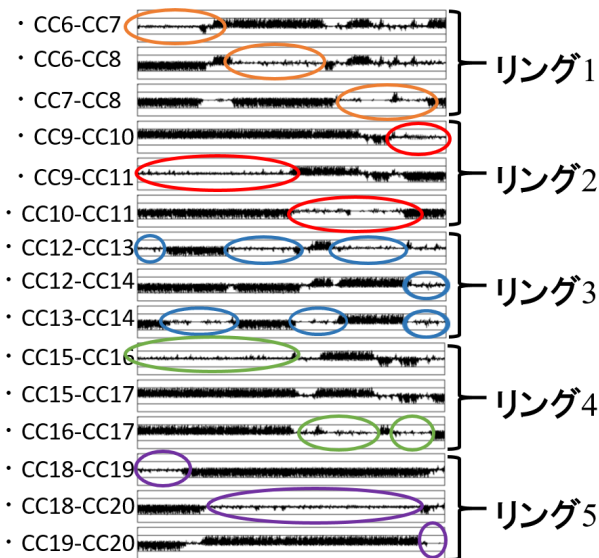


図 6 ブリッジ箇所 $\gamma = 0.2$ の電圧差分波形.

5. ま と め

本研究では、結合カオス回路で構成されたネットワークにおける同期現象の調査を行った。ネットワークトポロジーとしては、リング構造を含むラダー結合の系を対象とした。コンピュータシミュレーションによる調査の結果、ブリッジ箇所の結合強度を変化させることでカオス同期や完全同期といった同期状態を観測した。また、ブリッジ箇所の結合強度を大きくすることで同期状態のスイッチングが起こることを確認した。スイッチング現象において、分岐パラメータの変化により、ネットワーク全体における現象あるいはネットワーク内の一箇所による現象が見られるといった差異があるという結果を得た。

今後の課題として、 $\gamma = 0.01$ の場合リング部分が非同期になるタイミングの順番の調査、またネットワークを大規模化した場合の同期現象の挙動を調査することが挙げられる。

文 献

- [1] P. M. Gade, “Synchronization in coupled map lattices with random nonlocal connectivity” *Phys. Rev. E*, vol. 54, no. 1, pp. 64-70, 1996.
- [2] I. Belykh, M. Hasler, M. Lauret and H. Nijmeijer, “Synchronization and graph topology” *Int. J. Bifurcation and Chaos*, vol.15, no.11, pp. 3423-3433, Nov. 2005.
- [3] D. Malagarriga, A. E. P. Villa, J. García-Ojalvo and A. J. Pons, “Consistency of heterogeneous synchronization patterns in complex weighted networks” *Chaos* 27, 031102, 2017.
- [4] S. Boccaletti, V. Latora, Y. Moreno, M. Chavez and D.-U. Hwang, “Complex networks: structure and dynamics.” *Phys. Rep.* 424, pp. 175-308 2006.
- [5] J. W. Wang and Y. B. Zhang, “Network synchronization in a population of star-coupled fractional nonlinear oscillators” *Phys. Lett. A* 374, pp. 1464-1468 2010.
- [6] T. Nishiumi, Y. Uwate and Y. Nishio, “Synchronization Phenomena of Chaotic Circuits with Stochastically-Changed Network Topology”, *Proceedings of International Symposium on Nonlinear Theory and its Applications*

(NOLTA'14), pp. 811-814, Sep. 2014.

- [7] N. F. Rulckov and M. M. Sushchik, “Robustness of Synchronized Chaotic Oscillations” *Int.J.Bifurcation and Chaos*, vol. 7, no. 3, pp. 625-643, 1997.
- [8] K. Nakabai, Y. uwate and Y. Nishio “Synchronization in Ladder-Coupled Chaotic Circuits Including Ring Structure” *Proceedings of IEEE International Symposium on Circuits and Systems (ISCAS'19)*, DOI:10.1109/ISCAS.2019.8702350 , May 2019.
- [9] Y. Nishio, N. Inaba, S. Mori and T. Saito, “Rigorous Analyses of Windows in a Symmetric Circuits” *IEEE Transactions on Circuits and Systems*“, vol. 37, no. 4, pp. 473-487, Apr. 1990.