

複雑カオス回路ネットワークにおけるエッジの位置と同期

藤井 喬平[†] 上手 洋子[†] 西尾 芳文[†]

[†] 徳島大学工学部 〒770-8506 徳島県徳島市南常三島 2-1
E-mail: †{fujii,uwate,nishio}@ee.tokushima-u.ac.jp

あらまし 本研究では、20 個のカオス回路を結合することで制作されたネットワークを用いて同期現象を調査した。ネットワークの中で一つの注目する結合を選び、それ以外の一つのみを選択して結合を弱める。この時に注目した結合においてどのような同期の変化が起こるかを調べる。

キーワード カオス回路、複雑ネットワーク、同期現象

Position of Edges and Synchronization in Complex Chaotic Circuit Networks.

Kyohei FUJII[†], Yoko UWATE[†], and Yoshifumi NISHIO[†]

[†] Electrical and Electronic Engineering, Tokushima University,
2-1 Minamijosanjima, Tokushima, 770-8506 Japan
E-mail: †{fujii,uwate,nishio}@ee.tokushima-u.ac.jp

Abstract

In this study, we investigate synchronization phenomena in complex networks using chaotic circuit. The proposed chaotic circuits network has Scale-free and difference coupling strength by number of links. We investigate effect of links at other links. In this study, we observed that coupling strength is not effected at other link's synchronization.

Key words Chaotic circuit, Complex networks, Synchronization.

1. ま え が き

同期現象は我々の日常の至るところで観察されている。例として、カエルの合唱や、ホテルの明滅、心臓の拍動などがある。特に発振器の同期現象は非常に興味深く、複雑ネットワークは様々な分野で注目を集めている [1] [2]。ネットワークを特徴づける要素は次数分布や平均パス長、クラスタリング係数などがある。また、カオス回路を用いた複雑ネットワークも研究されているが、結合強度やハブに対して着目した研究は少ない [3] [4]。

本研究では、結合カオス回路の複雑ネットワークにおける同期現象の調査を行った。実社会において形成される複雑ネットワークにおいては、その中に多くのノードと接続するハブが自然発生する場合が多い。今回作成したモデルにおいては、ハブが 3 つ存在する。ノードの数は 20 あり、ハブとその他のノードでは所有するリンクの数が大きく離れるように設計した。また、いくつかのノードは密集しないように作られており、ハブから見た時に複数の回路をまたいだ間接的結合を持っているように設計されている。ネットワーク内における一つの結合のみを開放、または弱めた時に他の結合における同期はどのように変化するのかを調べた。

2. 回路モデル

本研究で使用カオス回路モデルを図 1 に示す。この回路は神力・森回路と呼ばれるカオス回路であり、負性抵抗、インダクタ、2 つのキャパシタ、6 つのダイオードにより構成されている [5]。この回路方程式を式 (1) に示す。

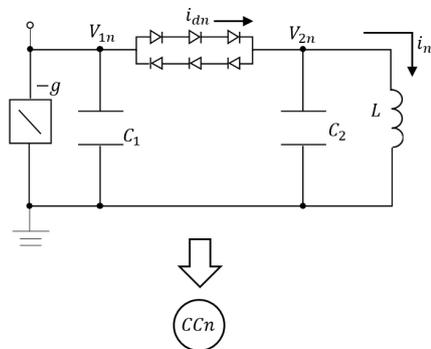


図 1: カオス発生回路。

$$\begin{cases} L \frac{di_1}{dt} = V_{2n}, \\ C_1 \frac{dV_{1n}}{dt} = gV_{1n} - i_{dn}, \\ C_2 \frac{dV_{2n}}{dt} = i_{dn} - i_n. \end{cases} \quad (1)$$

二対のダイオードによる非線形抵抗の特性を式 (2) に示す。

$$i_{dn} = \begin{cases} Gd(V_{1n} - V_{2n} - V) & (V_{1n} - V_{2n} > V), \\ 0, & (|V_{1n} - V_{2n}| < V), \\ Gd(V_{1n} - V_{2n} + V) & (V_{1n} - V_{2n} < -V). \end{cases} \quad (2)$$

以下に、変数変換およびパラメータを記載する。

$$\begin{cases} i_n = \sqrt{\frac{C_2}{L}} V x_n, & V_{1n} = V y_n, & V_{2n} = V z_n \\ t = \sqrt{LC_2} \tau, & \alpha = \frac{C_2}{C_1}, \\ \beta = \sqrt{\frac{L}{C_2}} Gd, & \gamma = \sqrt{\frac{L}{C_2}} g, & \delta = \frac{1}{R} \sqrt{\frac{L}{C_2}}. \end{cases} \quad (3)$$

以下の式 (4) は前述のパラメータを用いて正規化したものである。

$$\begin{cases} \frac{dx}{d\tau} = z_n, \\ \frac{dy}{d\tau} = \alpha \gamma y_n - \alpha f(y_n - z_n), \\ \frac{dz}{d\tau} = f(y_n - z_n) - x_n. \end{cases} \quad (4)$$

この式における、 $f(y_n - z_n)$ を以下に示す。

$$f(y_n - z_n) = \begin{cases} \beta(y_n - z_n - 1) & (y_n - z_n > 1), \\ 0, & (|y_n - z_n| < 1), \\ \beta(y_n - z_n + 1) & (y_n - z_n < -1). \end{cases} \quad (5)$$

3. システムモデル

本研究で用いられるネットワークを図 2 に示す。このネットワークは、スケールフリー性を有しており、複数の回路をまたいで繋がっている間接的な結合を持つように設計されている。

このネットワーク内には、全体の三割を超える数他のノードと結合しているノードがある。これをハブと呼ぶ。ハブとなったノード以外の物は、1 から 3 までの数結合するように設計した。

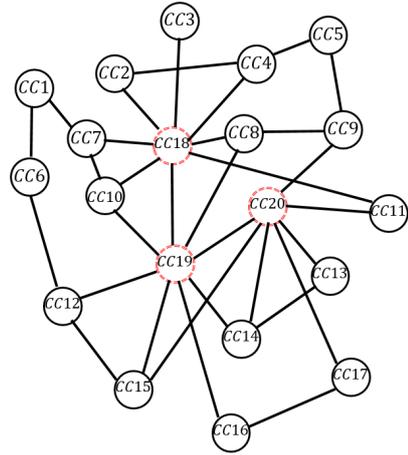


図 2: 複雑ネットワーク。

このネットワークモデルの正規化方程式は式 (6) のように表すことができる。

$$\begin{cases} \frac{dx}{d\tau} = z_n, \\ \frac{dy}{d\tau} = \alpha \gamma y_n - \alpha f(y_n - z_n) - \alpha \delta \sum_{k \in S_n} (y_n - y_k), \\ \frac{dz}{d\tau} = f(y_n - z_n) - x_n. \end{cases} \quad (6)$$

式 (6) において、 n は結合回路数を表し、 δ は回路間の結合強度を示す。またパラメータ $\alpha = 0.500$, $\beta = 20.000$, $\gamma = 0.500$ と設定する。

本研究において、ノード間の結合強度 δ はノードが結合している他のノードの数の差によって定める。この値は以下の式によって導かれる。この式内で、 u は結合に繋がっている二つの回路が繋がっているノード数の差である。それぞれが持つ回路の差が 0 の時に値が算出できないといった自体にならないようにするため、回路数の差には 1 を足している。

$$\delta = \frac{1.0}{1.0 + u} \quad (7)$$

表 1: 結合強度の値

ノード数の差	7	6	5	4
結合強度	0.125	0.1428	0.1666	0.2000
ノード数の差	3	2	1	0
結合強度	0.2500	0.3333	0.500	1.000

本研究の同期の定義は回路間の電圧差によって定める。方程式 (7) で同期を定義する。

$$|y_j - y_i| < 0.03 \quad (i, j = 1, 2, \dots, 10) \quad (8)$$

本研究では、同期が発生した回数の割合を計測回数全体から計算する。百分率で表すこの値を以降は同期率と呼ぶ。計測回数は 100 万回である。

図3は、ハブに繋がっている全ての結合に関して計測を行ったものである。全ての結合強度の値に等しく倍率を掛け、その時の同期率を計測する。倍率は、0から3.0までを0.1毎に設定する。

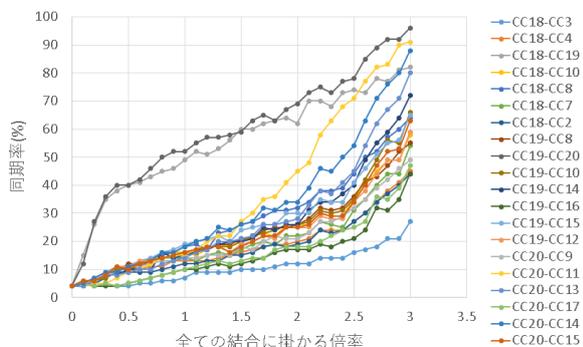


図3: 全ての結合に倍率を掛けた時のハブが持つ結合における同期率。

図3において結合強度に掛けられた倍率が3.0の時、全ての同期率は違う値であることを示している。次にこれを、結合強度が同じものという条件で分ける。

図4は、ノード数の差が5になっている結合における同期率の変化を示したものである。同様に、図5においてはノード数の差が6になる結合における同期率の変化を表している。

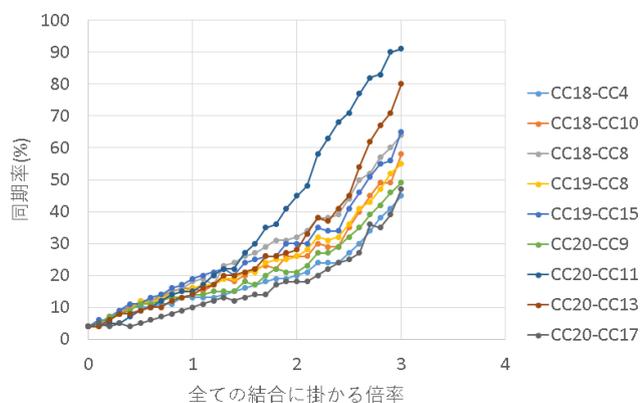


図4: ノード数の差が5の結合における同期率。

図4においては、同期率の最低値が45%、最高値が91%となっている。この結果から、結合強度は同一であっても同期率が違う場合があることが分かる。

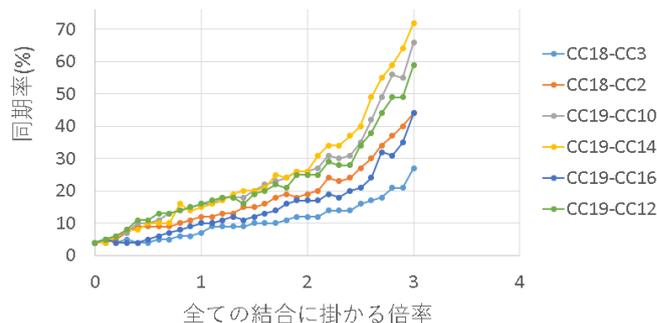


図5: ノード数の差が6の結合における同期率。

図5においては、同期率の最低値が27%、最高値が72%となっている。この結果からもまた、結合強度は同一であっても同期率が違う場合があることが分かる。これを、複数の回路をまたいで形成される間接的な結合が原因であると推定した。次に、この原因をCC18-CC19に着目して調べる。

図6は、CC1-CC6, CC6-CC12, CC5-CC9, CC11-CC20, CC10-CC19とCC4-CC5に対して0から1.0までの倍率を掛けたときの同期率を表したものである。また、ここからの実験においては値を明確にするために、全ての結合強度に3.0の倍率を掛けた上でやっている。

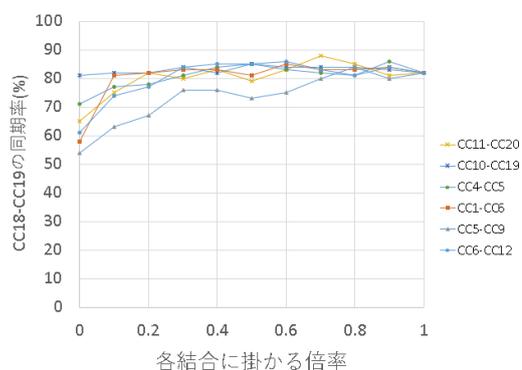


図6: 特定の結合を弱めた際の同期率の変化。

図6では一部の結合強度に対して低い倍率を掛けた時に、大きく同期率が変化していることを示している。これらの結合はCC18-CC19に対して間接的に結合しているために、このような結果が得られたと考えられる。

倍率を0か0.1に設定した時に大きな変化が見られたので、調べる際にはこの二つの値で調べる。次に、我々はCC18-CC19をどの結合が変化させるか調べた。CC18-CC19は、変化があった時を除いて80%に近い同期率を表しているので、70%を下回る時に変化が生じているものと判断した。

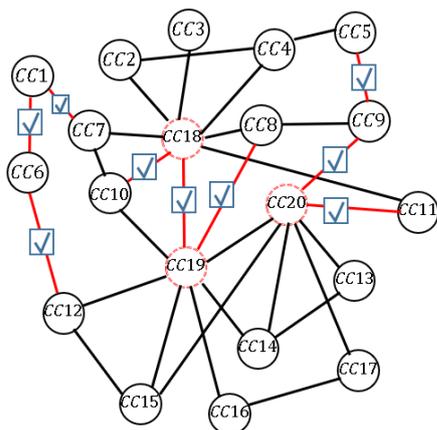


図 7: CC18-CC19 を変化させた結合

図 7 より、いくつかの結合が開放されるか極端に弱くなった時、他の結合における同期が弱くなる事が分かる。しかし、それは先に提示した間接的結合によるものであるとは断定できない。また、規則性も発見できなかった。

これを調査するため、他の結合に注目した実験における結果と比較して考える。なお、他の結合に着目し、それ以外の結合強度を変えた時に、0 と 0.1 のみでは変化が判りづらいものがあった。よって、ここからは特定の一つの結合に対して着目し、それ以外の結合強度に倍率を加える時には 0 から 0.5 までの倍率を、0.1 ずつ変化させて計測を行う。特定の一つに倍率を掛けている時に計測した同期率より 10% を下回っている場合、同期を変化させたものとみなす。逆に、ある結合が低い倍率の際に同期率が高くなる場合も見られた。これも含めて計測する。表 2 は、全ての結果をまとめたものである。倍率が低い時に、同期率も下がる場合は丸印 (○) を、同期率が高くなる時は三角印 (△) をつけている。横軸は注目した結合で、縦軸には倍率を掛けて値を変更した結合を記してある。左から一番目、上から九番目の枠では、「CC6-CC12 の結合強度を変更した時、CC1-CC6 の同期率が変化したかどうか」を判定している。表記のないものは著しい変化が見られはしなかったものである。

表 2 から判断できることとして、まず CC18-CC19 に着目した時と同じように、ある一つの結合に着目した時にそれとはおおく離れた結合が影響を及ぼしていたり、また逆にある結合を変化させた時に大きく離れて位置している結合に影響を及ぼしていることがわかった。ここから、この現象は複雑ネットワーク内で普遍的に起こる現象であることがわかる。

次に、ある結合の結合強度と、その結合が同期率を変化させた結合の数は比例しないことがわかった。CC1-CC6 を変更した場合と CC12-CC19 を変更した場合を比べると、元々の結合強度は低いにも関わらず CC12-CC19 を変化させた時のほうが多くの結合に変化が見られた。また、これは変化の起こりやすさにも関連している。それぞれを変化させた結合の数も、もともと同期の弱い CC12-CC19 の方が数が多い。だが、それとは逆の場合も存在する。CC4-CC18 は結合強度が CC12-CC19 と同一のものであるが、CC4-CC18 の結合強度を変化させた時の、他の結合に影響を及ぼした数と、CC4-CC18 が他の結合か

ら影響を受けた数は少ない。これらの結果から、結合強度の強さや元々の同期率の高さは他の結合に対する影響とは直接的な関係は無いものと判断される。

これらの結果から、遠くに位置する結合へと影響を及ぼす原因には結合強度や同期率は大きく関係しているわけではないことがわかった。

5. まとめ

本研究では、複雑ネットワーク内における結合各々がネットワーク全体に及ぼしている影響を計測した。はじめに、ネットワーク内で同じ結合強度であるものの同期率が異なっている場合があることを調べた。この結果から、ネットワーク内における複数の回路をまたいだ間接的結合が原因ではないかと推測した。それを確認するため、ネットワーク内で一つの結合に着目し、それ以外の結合を一つのみ選んで低い倍率を掛ける。これにより、着目した結合の同期率に対して他の結合がどのように影響を及ぼしているかを調べた。今回の結果では、間接的結合とは違う原因で同期率の減少が起こっている可能性があると考えられた。次に、他の結合に対しても同様の実験を行い、結果を比較することで原因を調べた。この結果においては、結合強度や同期率は他の結合に対して影響を及ぼす原因の一部であり、他に要因があることがわかった。

この実験においては、複雑ネットワークの形状のみが調べられていない項目となっている。今後の研究においては、同数のノードで形成された、別の形をしているネットワークについて調査を行いたい。

文献

- [1] M. Uchida, S. Shirayama, "Analysis of Network Structure and Model Estimation for SNS" 情報処理学会論文誌, Vol. 47, No. 9, Sep. 2006.
- [2] H. Kori, N. Masuda, "Synchronization of Coupled Oscillators on Complex Networks" 日本ロボット学会誌, Vol.26, No.1, pp.6 ~ 9, 2008.
- [3] K. Ago, Y. Uwate, Y. Nishio, "Investigation of Synchronization in Coupled Chaotic Circuit Network with Local Bridge", IEEE Workshop on Nonlinear Networks December 12-13, 2014.
- [4] K. Oi, Y. Uwate, Y. Nishio, "Influence of Regional Change in Synchronization of Complex Networks in Coupled Parametrically Excited Oscillators", IEEE Workshop on Nonlinear Circuit Networks. December 9-10, 2016.
- [5] K. Ago, Y. Uwate and Y. Nishio, "Synchronization of Coupled Chaotic Circuits with Parameter Dispersion in Small-World Network", Proceedings of International Symposium on Nonlinear Theory and its Applications, pp. 431-434, Dec. 2015.

