

リング構造を含んだラダー結合系でみられるカオス回路の同期現象

半井 勝也[†] 中島 克己[†] 上手 洋子[†] 西尾 芳文[†]

[†] 徳島大学工学部 〒770-8506 徳島県徳島市南常三島 2-1

E-mail: †{nakabai,nakashima,uwate,nishio}@ee.tokushima-u.ac.jp

あらまし 本研究では、リング構造を含んだラダー結合系でみられるカオス回路の同期現象の調査を行う。提案モデルでは、全てのカオス回路は抵抗で結合されており、それぞれのカオス回路において、周期解あるいはカオス解が発生するようにパラメータを規則的に設定する。さらに、ネットワーク構造に変化を加えることによる同期現象への影響を調査する。

キーワード カオス回路、ネットワークトポロジー、同期現象

Synchronization Phenomena in Ladder-Coupled Chaotic Circuits Including Ring Structure

Katsuya NAKABAI[†], Katsuki NAKASHIMA[†], Yoko UWATE[†], and Yoshifumi NISHIO[†]

[†] Electrical and Electronic Engineering, Tokushima University,
2-1 Minamijosanjima, Tokushima, 770-8506 Japan

E-mail: †{nakabai,nakashima,uwate,nishio}@ee.tokushima-u.ac.jp

Abstract

In this study, we investigate synchronization phenomena in ladder-coupled chaotic circuits including ring structure. In the proposed model, we couple all chaotic circuits by resistors. We set the parameters that generate periodic solutions or chaotic solutions at these chaotic circuits. Moreover, we change the network structure, and we research the influence of synchronization phenomena.

Key words Chaotic Circuit, Network Topology, Synchronization.

1. ま え が き

同期現象は、自然界において数多く存在している非線形現象のうちの一つである。例えば、ホタルの発光や鳥やカエルの合唱、また人の神経細胞の動きなどが確認されている。近年、この同期現象等の非線形現象の解析として、結合カオス回路を用いた調査が盛んに行われている。また、結合カオス回路において、ネットワークトポロジーの違いによる非線形現象が確認されている [1] ~ [5]。

本研究では、カオス回路で結合されたリング構造を含んだラダー結合系でみられる同期現象の調査を行う。それぞれの結合カオス回路はカオス解、あるいは周期解が発生するパラメータを設定する。リング結合の箇所を 5 パターンに分けて、同期現象の調査を行う。また、カオス解の発生する回路を変更することによって同期現象を観測する。

2. 回路モデル

本研究で使用する回路モデルを図 1 に示す。この回路は西尾・稲葉回路と呼ばれるカオス回路であり、負性抵抗、2つのインダクタ、キャパシタ、ダイオードにより構成されている。この回路方程式を式 (1) に示す。

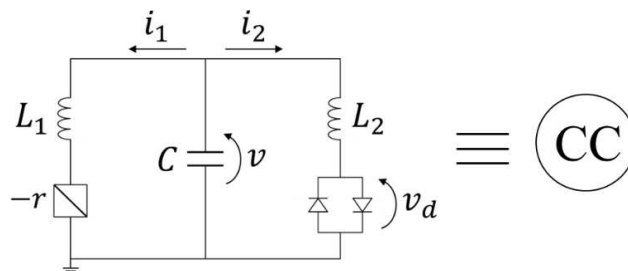


図 1 回路モデル.

$$\begin{cases} L_1 \frac{di_1}{dt} = v + ri_1 \\ L_2 \frac{di_2}{dt} = v - v_d \\ C \frac{dv}{dt} = -i_1 - i_2. \end{cases} \quad (1)$$

非線形抵抗の $I - V$ 特性を式 (2) に示す。

$$v_d = \frac{r_d}{2} \left(\left| i_2 + \frac{V}{r_d} \right| - \left| i_2 - \frac{V}{r_d} \right| \right). \quad (2)$$

また、式 (1) 中の各変数を以下のように置き換えると、

$$\begin{cases} i_1 = \sqrt{\frac{C}{L_1}} V x_n, \quad i_2 = \frac{\sqrt{L_1 C}}{L_2} V y_n, \quad v = V z_n \\ \alpha = r \sqrt{\frac{C}{L_1}}, \quad \beta = \frac{L_1}{L_2}, \quad \delta = r_d \frac{\sqrt{L_1 C}}{L_2}, \\ \gamma = \frac{1}{R}, \quad t = \sqrt{L_1 C} \tau. \end{cases} \quad (3)$$

この回路の正規化された式 (4) が得られる。

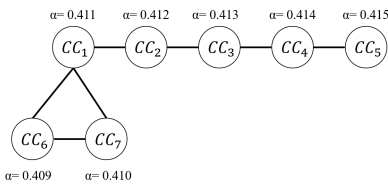
$$\begin{cases} \frac{dx_i}{d\tau} = \alpha x + z \\ \frac{dy_i}{d\tau} = z - f(y) \\ \frac{dz_i}{d\tau} = -x - \beta y. \end{cases} \quad (4)$$

また、 $f(y_n)$ を以下に示す。

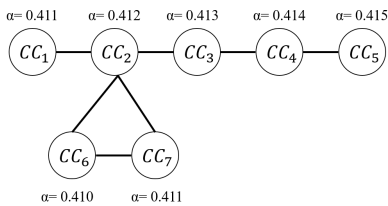
$$f(y_n) = \frac{1}{2} \left(\left| y_n + \frac{1}{\delta} \right| - \left| y_n - \frac{1}{\delta} \right| \right). \quad (5)$$

3. システムモデル

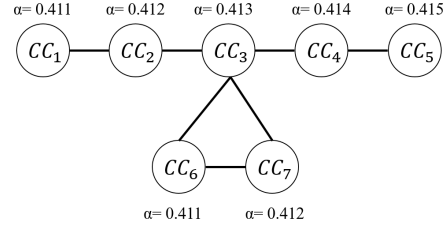
本研究では、ラダー結合されたカオス回路とリング結合されたカオス回路を組み合わせたネットワークモデルを 5 種類提案する。それぞれのカオス回路は抵抗で結合する。図 2 に提案するネットワークモデルを示す。



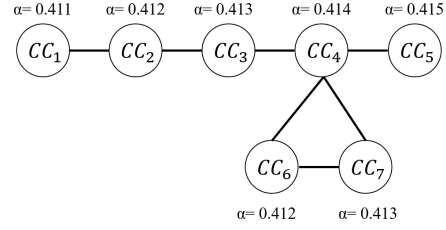
(a) CC_1 リング結合



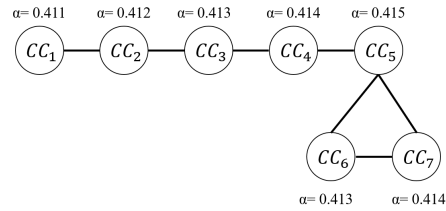
(b) CC_2 リング結合



(c) CC_3 リング結合



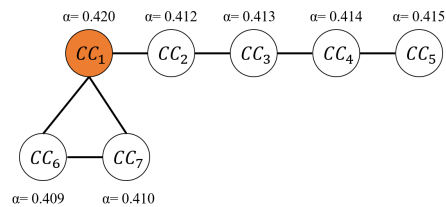
(d) CC_4 リング結合



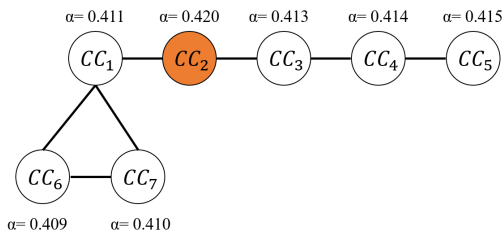
(e) CC_5 リング結合

図 2 リング箇所を変更したネットワークモデル.

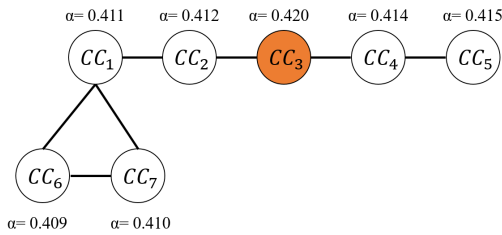
次に、リング結合の箇所を CC_1 に固定し、ラダー結合されているカオス回路のうち 1 個をカオス解が発生するネットワークモデルを 5 種類提案する。図 3 にそのネットワークモデルを示す。



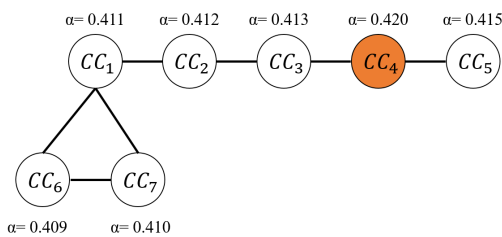
(a) CC_1 にカオス解



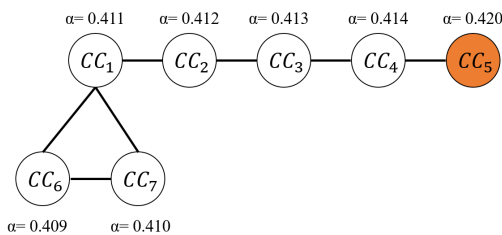
(b) CC_2 にカオス解



(c) CC_3 にカオス解



(d) CC_4 にカオス解



(e) CC_5 にカオス解

図 3 カオス解の発生する回路を変更したネットワークモデル.

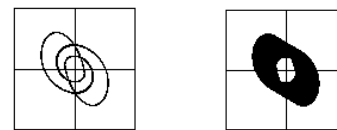
これらのネットワークモデルの正規化方程式は式 (6) のように表すことができる。

$$\begin{cases} \frac{dx_i}{d\tau} = \alpha x_i + z_i \\ \frac{dy_i}{d\tau} = z_i - f(y) \\ \frac{dz_i}{d\tau} = -x_i - \beta y_i - \sum_{i,j=1}^N \gamma_{ij} (z_i - z_j) \end{cases} \quad (6)$$

$(i, j = 1, 2, \dots, N).$

式 (6) において、 N は結合回路数を表し、 γ は回路間の結合強度、 α はカオス度を示すパラメータとする。本研究ではパラメータ $\beta = 3.0$ 、 $\delta = 470.0$ 、結合強度 $\gamma = 0.008$ として設定する。パラメータ α はそれぞれ周期解が発生するように 0.409 から 0.415 までの範囲で、0.001 刻みの幅で設定する。

周期解とカオス解の判定はアトラクタによって行う。今回は三周期解とカオス解が発生するようにパラメータを設定し、それぞれのアトラクタを図 4 に示す。



(a) 3 周期アトラクタ. (b) カオスアトラクタ.

図 4 回路モデルにおけるアトラクタ

4. シミュレーション結果

私達はコンピュータシミュレーションにより、各回路のアトラクタ、回路間のリサージュ図から同期現象の調査を行う。

4.1 リング箇所を変更したネットワークの同期現象

図 5、6 に、 CC_1 にリング箇所を設けた場合のシミュレーション結果を示す。

この場合それぞれの回路のアトラクタを確認するとラダー結合されているカオス回路にカオス解が発生していることが分かる。またリサージュ図を確認すると $CC_1 - CC_2$ 、 $CC_2 - CC_3$ 、 $CC_3 - CC_4$ 、 $CC_4 - CC_5$ 、 $CC_1 - CC_6$ 、 $CC_1 - CC_7$ 間でカオス同期が起きていることを確認した。またリング結合部の $CC_6 - CC_7$ 間では完全同期を確認した。

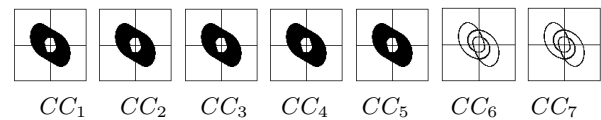


図 5 アトラクタ (CC_1 にリング箇所).

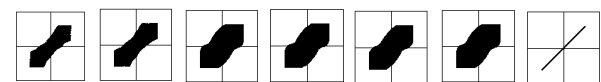


図 6 リサージュ図 (CC_1 にリング箇所).

続いて、 CC_2 にリング箇所を設けた場合の結果を図 7、8 に示す。この回路のアトラクタを確認すると、全ての回路で三周期解が発生することを確認した。また、リサージュ図より全回路間において完全同期を示している結果を得た。

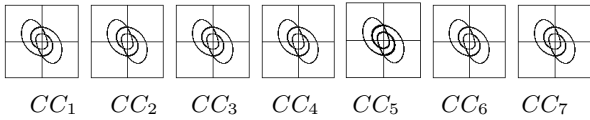


図7 アトラクタ (CC_2 にリング箇所).

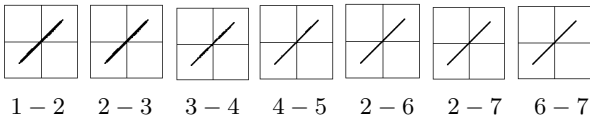


図8 リサージュ図 (CC_2 にリング箇所).

また、 CC_3 、 CC_4 、 CC_5 にリング箇所を設けた場合は CC_2 にリング箇所を設けた場合と同様の結果を確認した。

よって、 CC_1 にリング箇所を設けた場合が最もネットワークに影響が大きいことが分かる。これは、 CC_1 がラダー結合部の回路で最もカオス度が弱く、周りの影響を受けやすいのでカオス解が発生し、それがラダー結合部で広がったことに原因があると考えられる。 CC_6 、 CC_7 に関しては、リング結合の繋がりを受けて、他の回路からの影響を受けにくかったと考える。

4.2 カオス解の発生する回路を変更したネットワークの同期現象

図9、10に、 CC_1 にカオス解が発生するよう設定した場合の結果を示す。この場合、それぞれ回路のアトラクタより、全ての回路でカオス解が発生していることを確認した。また、同時に各回路間においてカオス同期が起きていることが分かった。

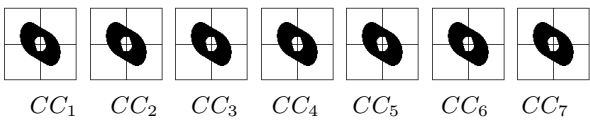


図9 アトラクタ (CC_1 がカオス解発生).

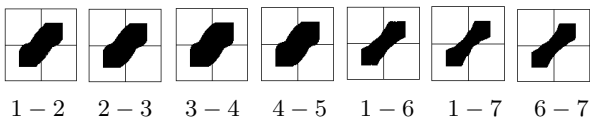


図10 リサージュ図 (CC_1 がカオス解発生).

続いて、 CC_2 にカオス解が発生するよう設定した場合の結果を図11、12に示す。この場合それぞれの回路のアトラクタより、全て三周期解が発生していることを確認した。また、リサージュ図を確認すると各回路間が同期しており、特に $CC_3 - CC_4$ 、 $CC_6 - CC_7$ 間では完全同期を示していることが分かった。

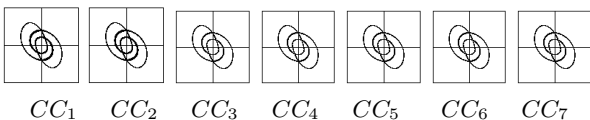


図11 アトラクタ (CC_2 がカオス解発生).

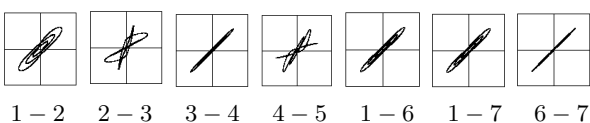


図12 リサージュ図 (CC_2 がカオス解発生).

さらに、 CC_3 にカオス解が発生するよう設定した場合の結果を図13、14に示す。この場合は CC_1 にカオス解を設定した場合と同様に全ての回路でカオス解が発生することを確認した。また、リサージュ図より、各回路間でカオス同期することも確認した。

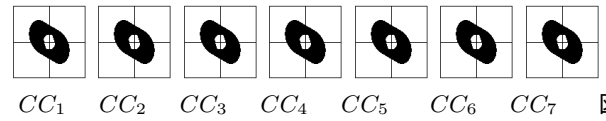


図13 アトラクタ (CC_3 がカオス解発生).

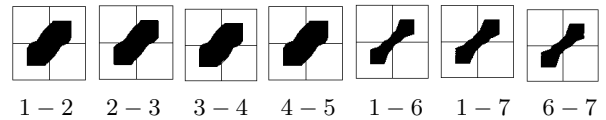


図14 リサージュ図 (CC_3 がカオス解発生).

次に、 CC_4 、 CC_5 にそれぞれカオス解が発生するよう設定した場合は CC_3 にカオス解が発生するよう設定した場合と同様の結果が得られた。

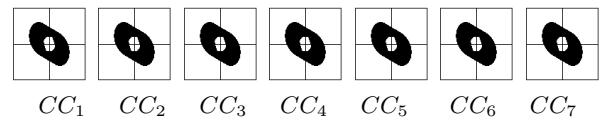


図15 アトラクタ (CC_4 がカオス解発生).

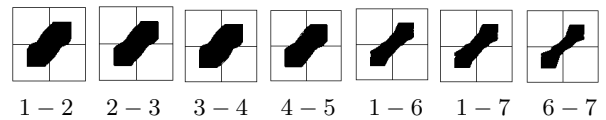


図16 リサージュ図 (CC_4 がカオス解発生).

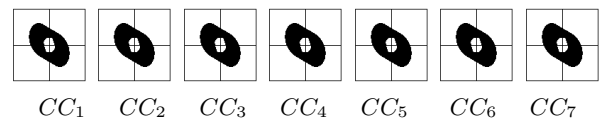


図17 アトラクタ (CC_5 がカオス解発生).

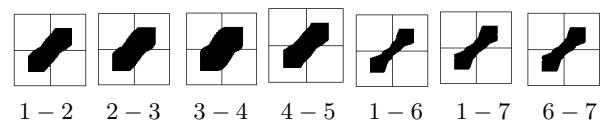


図18 リサージュ図 (CC_5 がカオス解発生).

よってカオス解が発生する回路の位置を变化することにより、ネットワークに影響を与えることが分かった。また、図7、8の場合と図11、12の場合のように、回路が発生する解の種類が同様でも異なった同期が起きていることも確認した。

5. ま と め

本研究では、リング構造を含んだラダー結合系でみられるカオス回路の同期現象の調査を行った。コンピュータシミュレーションの結果より、ラダー結合におけるリング箇所を変更することにより、カオス同期や完全同期といった同期現象が起きることを確認した。また、提案したネットワークモデルにおいて、カオス解が発生する回路を変更することによっても完全同期、あるいはリング結合部においてカオス同期が起きることを確認した。

今後の課題として、アトラクタの変化や同期現象の変化を理論的に明確化すること、またネットワークを大規模化した場合の同期現象の挙動を調査することが挙げられる。

文 献

- [1] R. L. V. Taylor, “Attractors: Nonstrange to Chaotic” Society for Industrial and Applied Mathematics, Undergraduate Research Online, pp. 72-80, 21 6 2011.
- [2] Y. Uwate and Y. Nishio, “Chaos Propagation in a Ring of Coupled Circuits Generating Chaotic and Three-Periodic Attractor” Proceedings of IEEE Asia Pacific Conference on Circuits and Systems (APCCAS’12), pp. 643-646, Dec. 2012.
- [3] T. Nishiumi, Y. Uwate, Y. Nishio, “Synchronization Phenomena of Chaotic Circuits with Stochastically-Changed Network Topology”, Proceedings of International Symposium on Nonlinear Theory and its Applications (NOLTA’14), pp. 811-814, Sep. 2014.
- [4] K. Ago, Y. Uwate and Y. Nishio, “Influence of Local Bridge on a Complex Network of Coupled Chaotic Circuit” Proceedings of International Symposium on Nonlinear Theory and its Applications (NOLTA’14), pp. 731-734, Sep. 2014.
- [5] T. Chakazawa, Y. Uwate and Y. Nishio, “Investigation of Spreading Chaotic Behavior in Coupled Chaotic Circuit Networks with Various Feature” Proceedings of RISP International Workshop on Nonlinear Circuits, Communications and Signal Processing (NCSP’17), pp. 337-340, Feb. 2017.
- [6] H. Sekiya, S. Moro, S. Mori, and I. Sasase, “Synchronization Phenomena on Four Simple Chaotic Oscillators Fully-Coupled by Capacitors,” IEICE Trans. Fundamentals, vol. J82-A, No. 3, pp. 375-385, 1999.