

時変抵抗のデューティ比を変更した リング型ファンデアポール発振器の同期現象

松梨 俊哉[†] 成相 大貴[†] 上手 洋子[†] 西尾 芳文[†]

[†] 徳島大学工学部 〒770-8506 徳島県徳島市南常三島 2-1

E-mail: †{matsunashi,nariai,uwate,nishio}@ee.tokushima-u.ac.jp

あらまし 本研究では、時変抵抗 (TVR) で接続されたリング型ファンデアポール発振器の同期現象を調査した。時変抵抗は正と負の抵抗の値が規則的に切り替わる性質を持っている。TVR の周波数が高くなるにつれて、正と負の切り替わりも速くなる。今回 3 つの TVR を用い、それぞれの TVR は別々の周波数の値に設定した。今回提案する回路モデルを用い、周波数とデューティ比を変更したときの同期現象を調査した。

キーワード 同期現象、van der Pol 発振器、時変抵抗

Synchronization Phenomena of van der Pol Oscillators due to Changes Duty Ratio of Time-Varying Resistor

Toshiya MATSUNASHI[†], Daiki NARIAI[†], Yoko UWATE[†], and Yoshifumi NISHIO[†]

[†] Electrical and Electronic Engineering, Tokushima University,
2-1 Minamijosanjima, Tokushima, 770-8506 Japan

E-mail: †{matsunashi,nariai,uwate,nishio}@ee.tokushima-u.ac.jp

Abstract In this study, we investigate the synchronization phenomena in a ring of van der Pol oscillators coupled by Time-Varying Resistor (TVR). TVR is realized by switching a positive and a negative resistor periodically. When the frequency is high, positive resistor and negative resistor switch quickly. Three TVRs are used, and each TVR has different frequencies. And, we observe the synchronization phenomena in the proposed circuit system by changing the frequency of TVRs and the duty ratio.

Key words Synchronization Phenomena, van der Pol oscillators, Time-Varying Resistor

1. ま え が き

同期現象は自然界でよく観測される現象で、生物分野、物理分野、電気分野などで幅広く観測されている [1]- [3]。例としてホタルの発光現象やカエルの合唱や心臓の脈動などが挙げられる。自然界の同期現象は電気回路を用いて再現することが可能で、用いるメリットとしては実験の再現性がとても高いことや実験時間が短くすむ点などがある。そのため、多くの研究者が電気回路と自然界の同期現象の関連性について調査している。

本研究では、van der Pol 発振器を用いて調査を行った。van der Pol 発振器の構造は、非線形抵抗、キャパシタ、インダクタを並列接続したものになっている [4]- [6]。この発振器の用途は、自然現象のモデル化などに利用されている。

事前研究では時変抵抗 (TVR) でリング状に接続された 3 つの van der Pol 発振器の同期現象の調査を行った。TVR とは正と負の抵抗の値が規則的に入れ替わる素子である [7]。TVR

の周波数を変更することにより、TVR の正と負の切り替わるスピードを変更したときの同期現象を調査した [8]。

本研究では、TVR に接続されたリング型 van der Pol 発振器のシステムを提案する。また、本研究では TVR の周波数だけでなく、TVR のデューティ比も変更する。TVR の周波数とデューティ比を変化させることで、同期現象の変化を調査する。

2. システムモデル

図 1 は van der Pol 発振器の回路図である。図 2 は今回提案する回路モデルである。3 つの van der Pol 発振器が TVR によってリング型に接続されており、TVR をそれぞれ TVR1、TVR2、TVR3 とおく。TVR は図 3 のように正と負の抵抗の値が定期的に入れ替わる性質を持っている。TVR の周波数とデューティ比を変更させた場合、リング型 van der Pol 発振器の同期現象がどのように変化するのか観察する。

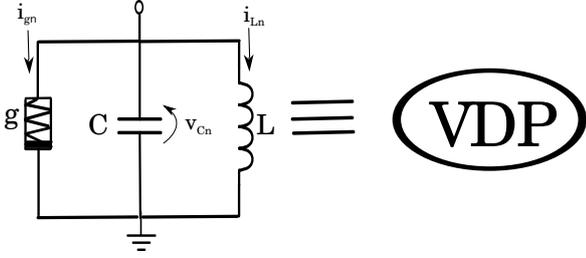


図 1 van der Pol 発振器.

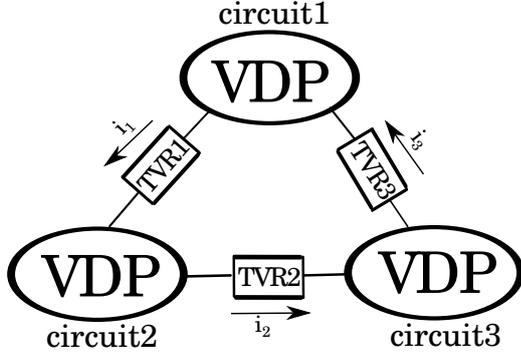


図 2 回路モデル.

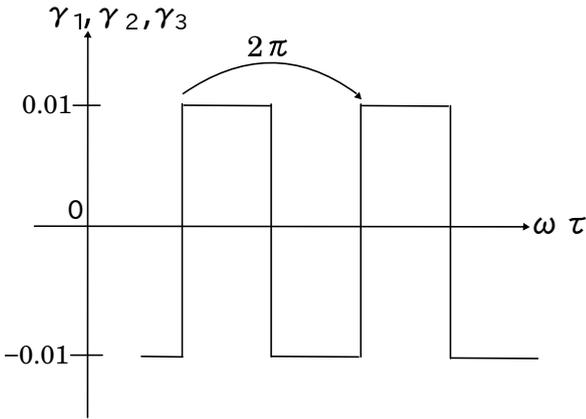


図 3 TVR の特性.

非線形抵抗の特性を下式に示す.

$$i_{gk} = -g_1 v_k + g_3 v_k^3. \quad (1)$$

(2)、(3) 式は、正規化に用いたパラメータである.

$$v_k = \sqrt{\frac{g_1}{g_3}} x_k, \quad i_k = \sqrt{\frac{g_1}{g_3}} \sqrt{\frac{C}{L}} y_k, \quad t = \sqrt{LC} \tau \quad (2)$$

$$\varepsilon = g_1 \sqrt{\frac{L}{C}}, \quad \gamma = \frac{1}{r} \sqrt{\frac{L}{C}}, \quad (3)$$

次に正規化された方程式を (4) に示す.

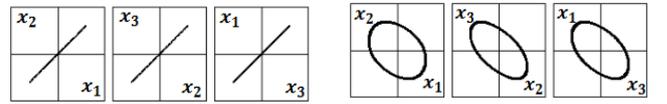
$$\begin{cases} \dot{x}_1 = \varepsilon(x_1 - x_1^3) - y_1 + \gamma_1(x_2 - x_1) + \gamma_3(x_3 - x_1) \\ \dot{x}_2 = \varepsilon(x_2 - x_2^3) - y_2 + \gamma_1(x_1 - x_2) + \gamma_2(x_3 - x_2) \\ \dot{x}_3 = \varepsilon(x_3 - x_3^3) - y_3 + \gamma_2(x_1 - x_3) + \gamma_3(x_2 - x_3) \\ \dot{y}_n = x_n. \end{cases} \quad (4)$$

これらの回路で、 n は回路の番号 1、2、3 であり、 ε は非線形度の強さを表す。 $\gamma_1, \gamma_2, \gamma_3$ はそれぞれ TVR1、TVR2、TVR3 の結合強度を表している。

3. シミュレーション結果

3.1 3つの周波数全て同じ場合

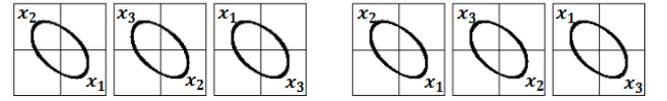
提案モデルのシミュレーション結果を下の図 4、図 5 に示す。それぞれのパラメータの値は、 $\varepsilon=0.1$ 、 $\gamma_1=\pm 0.01$ 、 $\gamma_2=\pm 0.01$ 、 $\gamma_3=\pm 0.01$ に設定し、TVR1、TVR2、TVR3 の周波数をそれぞれ f_1, f_2, f_3 とおいた。左側の図 (a) は初期状態を同相に設定した場合、右側の図 (b) は初期状態を三相に設定した場合の結果である。最初に、 $f_1=f_2=f_3=0.09$ に設定した場合は、同相同期と三相同期の両方が観測される。次に $f_1=f_2=f_3=0.1$ に設定した場合は三相同期のみが観測される。周波数によって、両方の同期現象を観察できる範囲とできない範囲が存在することがわかる。



(a) 初期値：同相.

(b) 初期値：三相.

図 4 位相差 ($f_1 = f_2 = f_3 = 0.09$).



(a) 初期値：同相.

(b) 初期値：三相.

図 5 位相差 ($f_1 = f_2 = f_3 = 0.1$).

次に、TVR のデューティ比を変更した時の影響の調査を行う。TVR のデューティ比を p とおき、その特性を図 6 に示す。図 6 より、デューティ比 p の値が小さくなると、TVR が正の抵抗の値を持つ時間が長くなり、デューティ比 p の値が大きくなると、TVR が負の抵抗の値を持つ時間が長くなる。図 7 の $f_1 = f_2 = f_3 = 0.09$ の状態において、デューティ比 p が 49.84% から 50.08% の間では初期値によって同相同期と三相同期の両方を観測することができるが、49.84% より小さい時は初期値によらず同相同期が観測され、50.08% より大きい時は初期値によらず三相同期が観測される。また、図 8 の $f_1 = f_2 = f_3 = 0.1$ の時にはデューティ比 p が 49.84% から 49.98% の間では初期値によって同相同期と三相同期の両方を観測することができるが、49.84% より小さい時は初期値によらず同相同期が観測され、49.98% より大きい時は初期値によらず三相同期が観測される。デューティ比 p を考慮していない時は初期値によらず三相同期が観測されるが、デューティ比 p を考慮することによって同相同期と三相同期どちらも観測できる範囲が存在することがわかる。

このことから、デューティ比 p を変化させることによって同相同期のみ、同相同期と三相同期、三相同期のみの範囲を自由に調節できることがわかる。

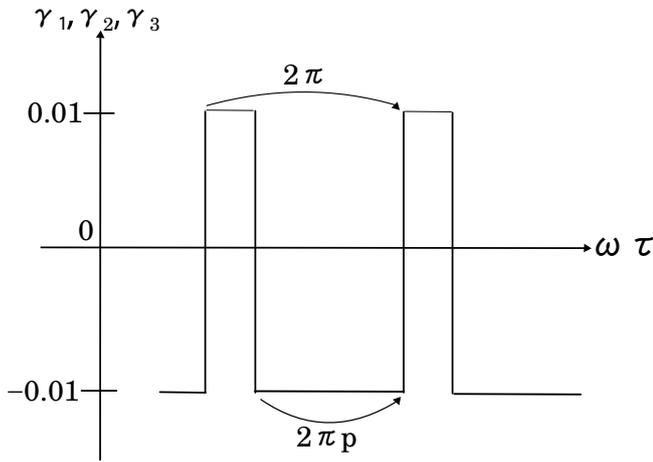


図 6 TVR の特性.

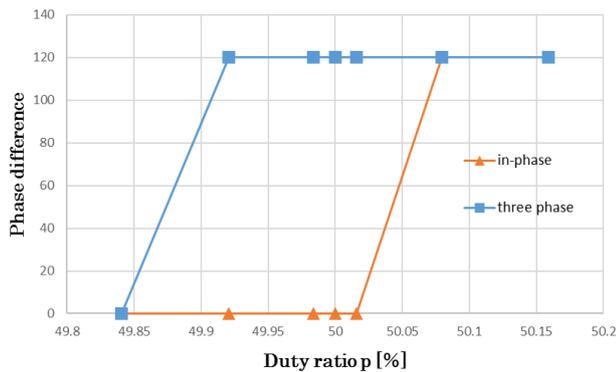


図 7 位相差 ($f_1 = f_2 = f_3 = 0.09$).

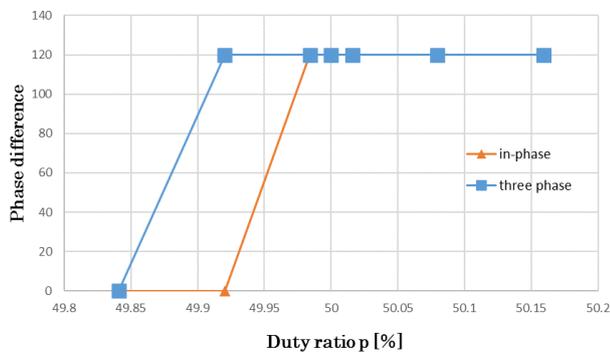
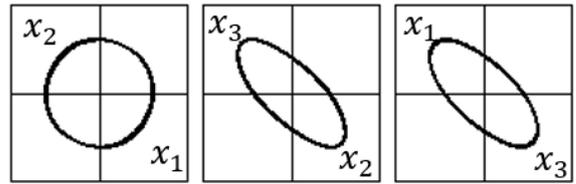


図 8 位相差 ($f_1 = f_2 = f_3 = 0.1$).

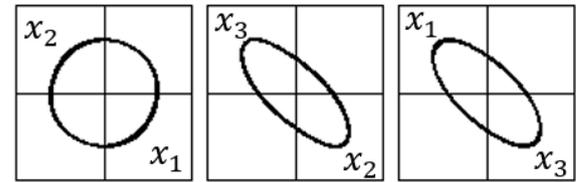
3.2 3つの周波数が異なる場合

次に、 f_1, f_2, f_3 3つをそれぞれ違う周波数に設定した場合の同期現象を調査する。図 8、図 9 に $f_1=0.1, f_2=0.2, f_3=0.15$ 、 $p=50\%$ の時の 3つの回路間の位相差を示す。図 9 が初期状態を同相に設定した場合、図 10 が初期状態を三相に設定した場合である。図 9、図 10 を見ての通り、デューティ比を考慮していない時は初期状態が同相、三相に関わらず同様の波形が観測されることがわかる。



(a) 同相.

図 9 位相差 ($f_1 = 0.1, f_2 = 0.2, f_3 = 0.15$).



(b) 三相.

図 10 位相差 ($f_1 = 0.1, f_2 = 0.2, f_3 = 0.15$).

次にデューティ比を変更して同期現象の調査を行った。図 11 は初期状態を同相に設定した場合においてデューティ比 p を変更した時の位相差の変化を表す。それぞれのグラフは、回路 1-回路 2 間、回路 2-回路 3 間、回路 3-回路 1 間の位相差を表している。図 11 はデューティ比 p が 49.97% よりも小さいと同相同期を示すが、50% を超えると同相同期からは外れることがわかる。図 12 は初期状態を三相に設定した場合である。図 12 では、デューティ比が 49.94% よりも小さい時は同相同期を示すが、それよりも大きくなると同相同期ではなくなる。どちらの初期条件においてもデューティ比 p が 50% の時は同じ波形が観測されるが、デューティ比 p を 50% より少し小さくした時に初期条件による違いが見られた。

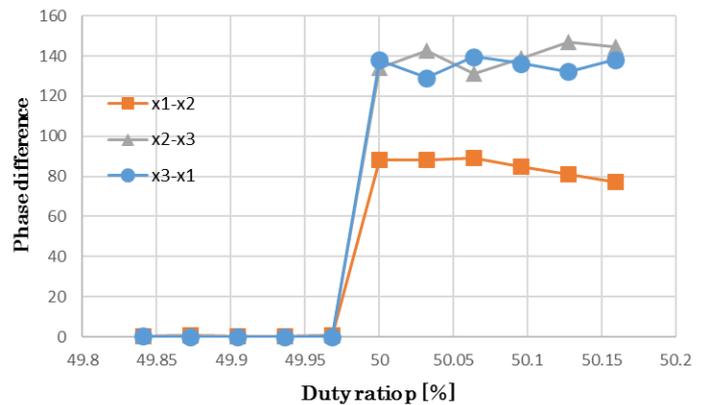


図 11 位相差 (初期値 : 同相).

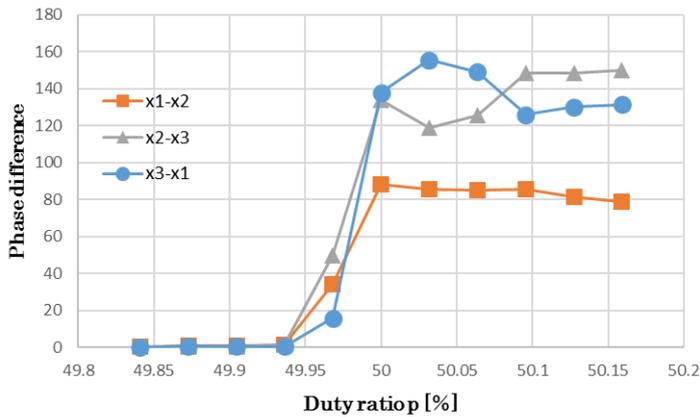


図 12 位相差 (初期値 : 三相).

4. ま と め

本研究では、3つの van der Pol 発振器を TVR でリング型に接続した回路モデルを提案した。TVR の周波数とデューティ比を変更することで様々な同期現象を観測できた。TVR3つの周波数が同じ時は、同相同期と三相同期を両方観測でき、デューティ比を変更した時は同期の種類を選択することが出来た。TVR3つの周波数が異なる場合はデューティ比を考慮しない時は初期条件による結果の違いは見られないがデューティ比を考慮した場合は初期条件による違いを確認することが出来た。

これからは、さらに複雑な回路モデルにおいて同様の調査を進めて行きたい。

文 献

- [1] Y. Sato, K. Nakano, T. Nagamine, M. Fuse, "Synchronization Phenomena of Oscillators (Experimental and Analytical Investigation for Two Metronomes)", Transactions of the Japan Society of Mechanical Engineers. Series C, 00066(00642), 363-369, 2000-02-25.
- [2] K. Suzuki, T. Tsubone, "In-Phase and Anti-phase Synchronization Phenomena in Coupled Systems of Piecewise Constant Oscillators", IEICE Transactions on Fundamentals of Electronics, Communications and Computer Sciences, Jan. 2015.
- [3] Y. Sugitani, T. Watanabe, K. Konishi, N. Hara, "Delay-independent design for chaotic synchronization in delay-coupled Bernoulli map networks", NOLTA, IEICE, 8(2) 162-172 Apr. 2017.
- [4] A.N. Njah, U.E. Vincent, "Chaos synchronization between single and double wells Duffing-van der Pol oscillators using active control", Chaos, Solitons Fractals volume37, Issue5, Pages 1356-1361, Sep. 2008.
- [5] D. Nariai, M.H. Tran, Y. Uwate, Y. Nishio, "Synchronization in Two Rings of Coupled Three van der pol Oscillators", Proceedings of RISP International Workshop on Nonlinear Circuits, Communications and Signal Processing(NCSP'17), pp.289-292, Feb. 2017.

- [6] H. Fotsin, S. Bowong, "Adaptive control and synchronization of chaotic systems consisting of van der Pol oscillators coupled to linear oscillators", Chaos, Solutions Fractals 27 (2006) 822-835, Apr. 2005.
- [7] Y. Uwate, Y. Nishio, "Two van der Pol Oscillators Coupled by Chaotically Varying Resistor", Proceedings of International Workshop on Nonlinear Dynamics of Electric Systems (NDES'06), pp.189-192, Jul. 2006.
- [8] T. Matsunashi, D. Nariai, Y. Uwate, Y. Nishio, "Synchronization Phenomena in a Ring of van der Pol Oscillators Coupled by Time-Varying Resistor", Proceedings of RISP International Workshop on Nonlinear Circuits, Communications and Signal Processing (NCSP'18), pp.168-171, Mar. 2018.