

カオス回路を用いた2つのリングの結合系にみられる同期現象

中島 克己[†] 上田 和輝[†] 上手 洋子[†] 西尾 芳文[†]

[†] 徳島大学工学部 〒770-8506 徳島県徳島市南常三島 2-1

E-mail: †{nakashima,kazuki,uwate,nishio}@ee.tokushima-u.ac.jp

あらまし 結合されたカオス回路の非線形現象は、多くの研究者から注目を集めている。本研究では、抵抗で結合させた2つのリング状カオス回路を抵抗でラダー状に結合させたモデルの同期現象についての研究を行う。私達は、一方のリング回路がカオス解となり、もう一方のリング回路は周期解となるパラメータを設定し、提案する回路モデルの結合強度を変化させ、同期現象を観測する。

キーワード カオス回路、同期現象

Synchronization Phenomena in Coupled Two Rings with Chaotic Circuits

Katsuki NAKASHIMA[†], Kazuki UETA[†], Yoko UWATE[†], and Yoshifumi NISHIO[†]

[†] Electrical and Electronic Engineering, Tokushima University,
2-1 Minamijosanjima, Tokushima, 770-8506 Japan

E-mail: †{nakashima,kazuki,uwate,nishio}@ee.tokushima-u.ac.jp

Abstract Nonlinear phenomena of coupled chaotic circuits are drawing attention from many researchers. In this study, we investigate the synchronization phenomena of coupled two rings of chaotic circuits. We propose a system model that the two rings are coupled via a resistor. One ring chaotic circuit generates chaotic attractors and the other ring generates three-periodic attractors. In addition, we observe the synchronization phenomena by changing the coupling strength.

Key words Chaotic Circuit, Synchronization,

1. ま え が き

同期現象は、自然界の様々な分野において、発見されている。[1]~[3] 特に、工学、医学、生物学などの分野と大きく関係している。また、生物学では人間の身体の細胞において同期現象がみられる。この細胞がそれぞれ同期し、同じタイミングで振動することによって、より大きな振動を生み出す。つまり、同期現象によって小さな力から大きな力を生み出すことができる。

近年、複雑ネットワークが注目されており、複雑ネットワークの構造がシステムに及ぼす影響が調査されている。また、カオス回路の同期現象も同様に、様々な観点から研究が行われている。カオスの発生する振動は自然界での振動と類似しており、現在までに、カオス回路ではカオス同期と呼ばれる現象が確認されている。これは、カオス制御やカオス通信などに応用されている。これまでに、ネットワーク構造が及ぼす影響の調査や、応用例は非常に少ないことから、近年ではネットワーク構造が

結合カオス回路に対してどのような振る舞いをするのかが注目されている。単純なシステムモデルの調査は多く行われてきたが、複雑なシステムモデルの調査が非常に少ない[4]~[6]。そこで、我々は複雑なシステムモデルの最小の基準として、結合された2つのリング回路モデルを提案する。

本研究で、私達はカオス回路を用いて結合された2つのリング状のモデルの同期現象を調査する。一方のリング回路にはカオスとなるパラメータを設定し、もう一方のリング回路には3周期解となるパラメータを設定する。このシステムモデルにおいて、回路間の結合強度を変化させた場合の同期現象を観測する。

2. システムモデル

図1に本研究で使用するカオス回路を示し、図2にシステムモデルを示す。本研究で使用するカオス回路は、西尾・稲葉回路と呼ばれるカオス回路である。このカオス回路は、2つのインダクタ、キャパシタ、負性抵抗とダイオードから構成され

ている。このカオス回路の回路方程式を式 (1) に示す。

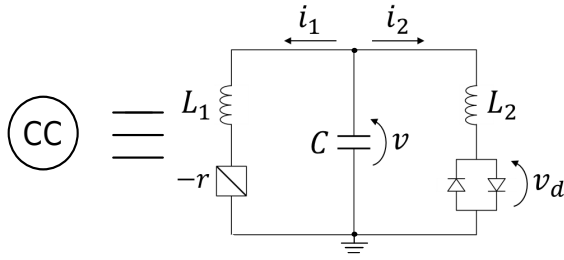


図 1 カオス回路.

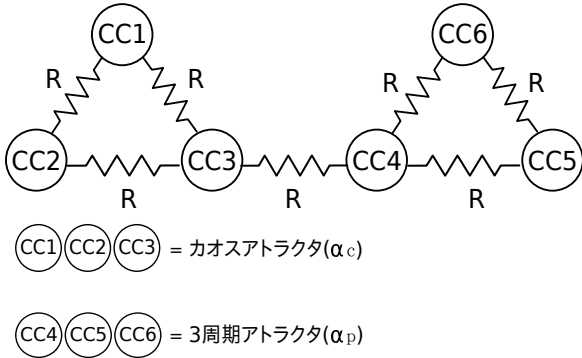


図 2 システムモデル.

$$\begin{cases} L_1 \frac{di_1}{dt} = v + ri_1, \\ L_2 \frac{di_2}{dt} = v - v_d, \\ C \frac{dv}{dt} = -i_1 - i_2. \end{cases} \quad (1)$$

非線形抵抗の電流・電圧特性を式 (2) に示す。

$$v_d = \frac{r_d}{2} \left(\left| i_2 + \frac{V}{r_d} \right| - \left| i_2 - \frac{V}{r_d} \right| \right). \quad (2)$$

また、式 (1) 中の各変数を以下のパラメータのように置き換えることによって、

$$\begin{cases} i_1 = \sqrt{\frac{C}{L_1}} V x_n, \quad i_2 = \frac{\sqrt{L_1 C}}{L_2} V y_n, \quad v = V z_n, \\ \alpha = r \sqrt{\frac{C}{L_1}}, \quad \beta = \frac{L_1}{L_2}, \quad \delta = r_d \frac{\sqrt{L_1 C}}{L_2}, \\ \gamma = \frac{1}{R}, \quad t = \sqrt{L_1 C} \tau. \end{cases} \quad (3)$$

正規化された式 (4) が得られる。

$$\begin{cases} \frac{dx_i}{d\tau} = \alpha x_i + z_i, \\ \frac{dy_i}{d\tau} = z_i - f(y_i), \\ \frac{dz_i}{d\tau} = -x_i - \beta y_i - \sum_{i,j=1}^6 \gamma_{ij} (z_i - z_j), \\ (i, j = 1, 2, \dots, 6). \end{cases} \quad (4)$$

式 (4) において、 γ は結合強度である。また、 $f(y_i)$ を以下に示す。

$$f(y_i) = \frac{1}{2} \left(\left| y_i + \frac{1}{\delta} \right| - \left| y_i - \frac{1}{\delta} \right| \right). \quad (5)$$

また、本研究ではカオス度を表わすパラメータを以下のように設定する。カオス解となるパラメータを α_c とし、3 周期解となるパラメータを α_p とする。ここで、回路 1、回路 2、回路 3 のリング回路を C - 回路とし、回路 4、回路 5、回路 6 のリング回路を P - 回路とする。

3. シミュレーション結果

3.1 同期現象

本研究では、回路間の結合強度 γ を変化させることによって、同期現象の調査を行った。また、各パラメータを $\alpha_c = 0.460$ 、 $\alpha_p = 0.412$ 、 $\beta = 3.0$ 、 $\delta = 470.0$ のように設定する。次に、回路間の結合強度を $\gamma = 0.001$ に設定した場合のアトラクタ、電圧差を示す。図 3 がそれぞれのカオス回路のアトラクタを示し、図 4 は電圧差を示している。C - 回路はカオスアトラクタを示し、P - 回路は 3 周期解のアトラクタを示す。ここでは、回路 5 と回路 6 間での同期が確認できた。

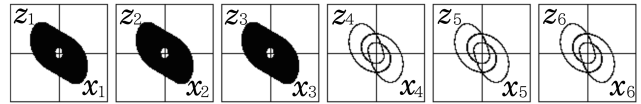


図 3 アトラクタ ($\gamma = 0.001$).

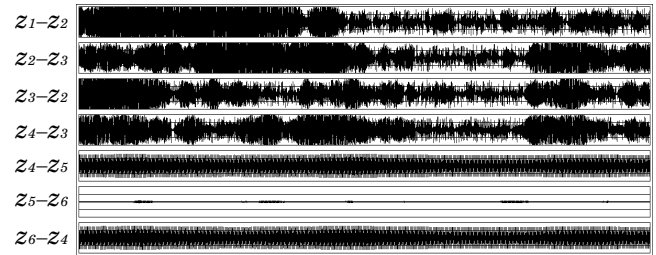


図 4 電圧差 ($\gamma = 0.001$).

次に、回路間の結合強度を $\gamma = 0.1$ に設定した場合のアトラクタ、電圧差を示す。同様に、図 5 がそれぞれのカオス回路のアトラクタを示し、図 6 は電圧差を示している。ここでは、P - 回路はカオスアトラクタとなり、こちらのリング回路は非同期を示す。 $\gamma = 0.001$ の場合では C - 回路は 3 周期解のアトラクタを示していたが、 $\gamma = 0.1$ の場合には C - 回路はカオスアトラクタとなりカオス伝搬が観測できた。ここでは、全ての回路間で非同期が観測された。

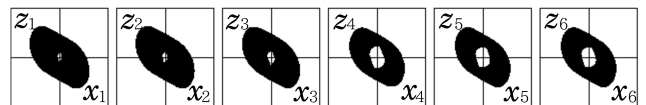


図 5 アトラクタ ($\gamma = 0.1$).

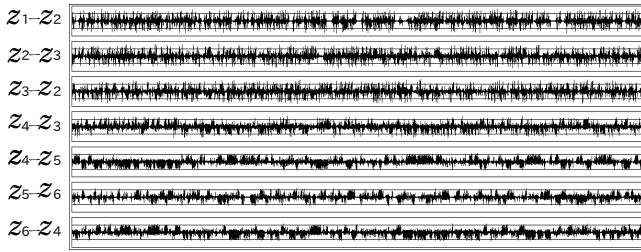


図 6 電圧差 ($\gamma = 0.1$).

次に、回路間の結合強度を $\gamma = 0.2$ に設定した場合のアトラクタ、電圧差を示す。図 7 がそれぞれのカオス回路のアトラクタを示し、図 8 は電圧差を示している。ここでも、 $\gamma = 0.1$ と同様にカオス伝搬が確認された。また、 $\gamma = 0.2$ では、回路 4、5 間、回路 4、6 間と回路 5、6 間は同期と非同期を繰り返している。さらに、回路 5、6 間が非同期の場合では回路 4、5 間と回路 4、6 間は同期しており、対照的な波形が観測できた。以上のことから、ここではシミュレーション時間によって同期と非同期が変化する結果がみられた。



図 7 アトラクタ ($\gamma = 0.2$).

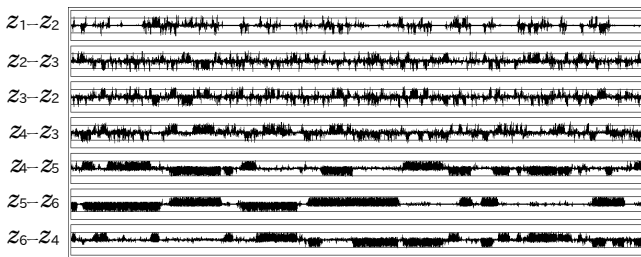


図 8 電圧差 ($\gamma = 0.2$).

最後に、回路間の結合強度を $\gamma = 0.23$ に設定した場合のアトラクタ、電圧差を示す。図 9 がそれぞれのカオス回路のアトラクタを示し、図 10 は電圧差を示している。 $\gamma = 0.2$ と同様に同期と非同期を繰り返し、対照的な波形が観測できた。ここでは、C - 回路と P - 回路の比較を行う。図 10 より、C - 回路よりも P - 回路が同期していることが分かる。本来ならば、P - 回路が同期しやすいとされているが、ここでは C - 回路のほうが同期していることが分かる。

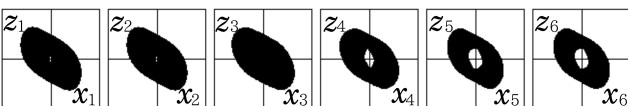


図 9 アトラクタ ($\gamma = 0.23$).

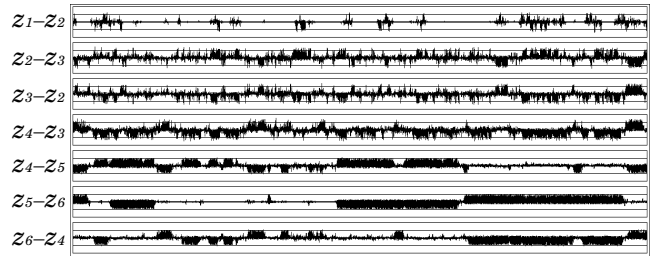


図 10 電圧差 ($\gamma = 0.23$).

3.2 同期率

ここでは、カオス解 (回路 1、2 間) と周期解 (回路 5、6 間) の同期率について調査する。本研究では、同期の定義を式 (6) に示す。

$$|Z_i - Z_j| < 0.1 \quad (i, j = 1, 2, \dots, 6). \quad (6)$$

次に、同期の定義を図 11 に示す。

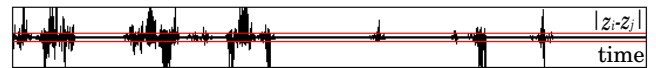


図 11 同期の定義.

最後に同期率のシミュレーション結果を図 12 に示す。横軸は結合強度 γ を示し、縦軸は同期率を示す。図 12 より、周期解 (回路 5、6 間) の同期率は結合強度 γ が高くなるに連れ、同期率が低くなっていることが分かる。しかし、カオス解 (回路 1、2 間) の同期率は結合強度 γ が高くなるに連れ、同期率が高くなることが分かる。また、実際には結合強度 $\gamma = 0.15$ 付近から周期解 (回路 5、6 間) よりもカオス解 (回路 1、2 間) のほうが同期していることが確認できる。本研究では、C - 回路のほうが P - 回路よりも同期率が高い結果となった。

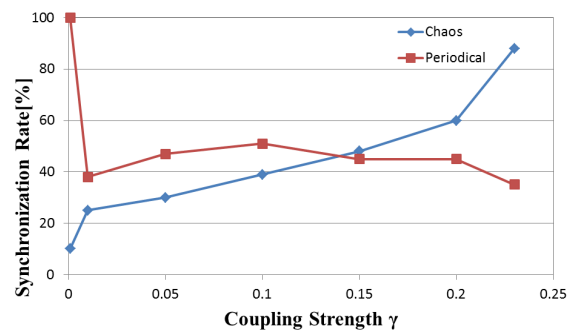


図 12 同期率.

4. まとめ

本研究では、抵抗によって結合された 2 つのリング回路のシステムモデルを提案し、回路間の結合強度 γ を変化させた場合の同期現象を調査した。また、コンピューターシミュレーションによって電圧の位相差を観測した。 $\gamma = 0.2$ 、 $\gamma = 0.23$ の場合、シミュレーション時間によりカオス解の同期と非同期が変化する事が分かった。さらに、結合強度 γ が高くなるに連れ

カオス解が周期解よりも同期することが分かった。

今後の課題としては、シミュレーション時間によってなぜ同期と非同期が変化するのかを調査することが課題である。また、カオス解が周期解よりも同期するのかについて調査したい。

文 献

- [1] C. M. Gray, "Synchronous Oscillators in Neural Systems: Mechanisms and Functions," *J. Computational Neuroscience*, vol. 1, pp. 11-38, Feb. 1994.
- [2] G. Abramson, V. M. Kenkre and A. R. Bishop, "Analytic Solutions for Nonlinear Waves in Coupled Reacting Systems," *Physical A: Statistical Mechanics and its Applications*, vol. 305, no.3-4, pp. 427-436, 2002.
- [3] S. Cooper, "Rethinking Synchronization of Mammalian Cells for Cell Cycle Analysis," *CMLS, Cell. Mol. Life Sci.* 60 (2003) 001-009, 2003.
- [4] Yoshifumi Nishio, Katsunori Suzuki, Shinsaku Mori and Akio Ushida "Synchronization in Mutually Coupled Chaotic Circuits," *Proceedings of European Conference on Circuit Theory and Design (ECCTD'93)*, vol. 1, pp. 637-642, Aug. 1993.
- [5] Yoshifumi Nishio and Akio Ushida "On Synchronization Phenomena in Coupled Chaotic Circuits Networks," *Proceedings of IEEE International Symposium on Circuits and Systems (ISCAS'96)*, vol. 3, pp. 92-95, May. 1996. (Invited paper)
- [6] M. S. Papadopoulou, I. M. Kyprianidis, I. N. Stouboulos "Chaotic Dynamics of Coupled Nonlinear Circuits in Ring Connection," *Chaotic Modeling and Simulation (CMSIM)* 1: 177-184, 2012