

異なる次数分布をもつ結合カオス回路ネットワークの同期現象の調査

橋本 周平[†] 近澤 隆啓[†] 上手 洋子[†] 西尾 芳文[†]

[†] 徳島大学工学部 〒770-8506 徳島県徳島市南常三島 2-1

E-mail: †{s-hashimoto,chikazawa,uwate,nishio}@ee.tokushima-u.ac.jp

あらまし 本研究では、10個のカオス回路を結合したネットワークを用いて同期現象を調査した。使用したネットワークは3種類の次数分布を基に作成しており、それらはスケールフリーネットワークを形成しているべき乗則に似せた次数分布、ランダムネットワークを形成している二項分布に似せた次数分布、それ以外の右上がりの次数分布である。エッジ数はどのネットワークも16本で固定しており、回路間は抵抗により結合する。それらのネットワークの結合強度を変化させ同期割合の様子を観察した。結合強度を増加させるとスケールフリーネットワークを模したモデルがランダムフリーネットワークを模したよりも低い同期率になることが確認できた。

キーワード カオス回路、複雑ネットワーク、同期現象

Investigation of Synchronization Phenomena of Coupled Chaotic Circuit Networks with Different Degree Distribution

Shuhei HASHIMOTO[†], Takahiro CHIKAZAWA[†], Yoko UWATE[†], and Yoshifumi NISHIO[†]

[†] Electrical and Electronic Engineering, Tokushima University,
2-1 Minamijosanjima, Tokushima, 770-8506 Japan

E-mail: †{s-hashimoto,chikazawa,uwate,nishio}@ee.tokushima-u.ac.jp

Abstract

In this study, we investigate synchronization phenomena using network model of coupled ten chaotic circuits. Each network model is based on three types of degree distribution. It is degree distribution which imitates Scale-free, which imitates Random network and soaring distribution which is different from others. Scale free network is following the power law and random network is following the normal distribution. The number of edges of each network model are 16 and each circuit are coupled by resistors. We investigate synchronization by using these network model. As the coupling strength increase, synchronization rate of network model which imitates Scale-free network is lower than that network model which imitates Random network.

Key words Chaotic Circuit, Complex networks, Synchronization,

1. ま え が き

同期現象は我々の日常の至るところで観察されている。例えば、メトロノームの振れや、ホタルの明滅、心臓の拍動などがある。特に発振器の同期現象は非常に興味深く、複雑ネットワークは様々な分野で注目を集めている。ネットワークを特徴づける要素としては次数分布や平均パス長、クラスタリング係数などがある。またカオス回路を用いた複雑ネットワークも研究されているが、次数分布に着目したカオス回路の複雑ネットワークの同期現象の調査はまだ少ない[1],[2]。

本研究では、結合カオス回路の複雑ネットワークにおいていくつかの次数分布からネットワークを作成し、それらの同期割

合の調査を行った。実社会の複雑ネットワークはスケールフリー性やクラスター性、スモールワールド性などの性質によって特徴付けられている[3],[4]。またスケールフリーネットワークを形成するべき乗則、ランダムネットワークを形成する二項分布、そして右肩上がりの次数分布を使用し、10個の結合カオス回路のネットワークを模したモデルを作成する。それらのエッジ数は16本と設定し、回路間は抵抗で結合する。ノード数およびエッジ数は同条件で、それらの結合強度を変化させて同期率を測定し比較を行う。

2. 回路モデル

本研究で使用するカオス回路モデルを図1に示す。この回路

は西尾・稲葉回路と呼ばれるカオス回路であり、負性抵抗、2つのインダクタ、キャパシタ、ダイオードにより構成されている。この回路方程式を式 (1) に示す。

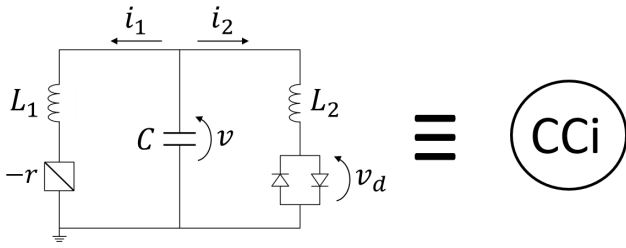


図 1 カオス回路モデル。

$$\begin{cases} L_1 \frac{di_1}{dt} = v + ri_1 \\ L_2 \frac{di_2}{dt} = v - v_d \\ C \frac{dv}{dt} = -i_1 - i_2. \end{cases} \quad (1)$$

非線形抵抗の $I - V$ 特性を式 (2) に示す:

$$v_d = \frac{r_d}{2} \left(\left| i_2 + \frac{V}{r_d} \right| - \left| i_2 - \frac{V}{r_d} \right| \right). \quad (2)$$

また、式 (1) 中の各変数を以下のように置き換えると、

$$\begin{cases} i_1 = \sqrt{\frac{C}{L_1}} V x_n, \quad i_2 = \frac{\sqrt{L_1 C}}{L_2} V y_n, \quad v = V z_n \\ \alpha = r \sqrt{\frac{C}{L_1}}, \quad \beta = \frac{L_1}{L_2}, \quad \gamma = r_d \frac{\sqrt{L_1 C}}{L_2}, \\ \delta = \frac{1}{R} \sqrt{\frac{L_1}{C}}, \quad t = \sqrt{L_1 C_2} \tau, \end{cases} \quad (3)$$

この回路の正規化された式 (4) が得られる。

$$\begin{cases} \frac{dx_i}{d\tau} = \alpha x + z \\ \frac{dy_i}{d\tau} = z - f(y) \\ \frac{dz_i}{d\tau} = -x - \beta y, \end{cases} \quad (4)$$

また、 $f(y_n)$ を以下に示す。

$$f(y_n) = \frac{1}{2} \left(\left| y_n + \frac{1}{\gamma} \right| - \left| y_n - \frac{1}{\gamma} \right| \right). \quad (5)$$

3. システムモデル

本研究では、抵抗で結合された 10 個の結合カオス回路ネットワークモデルを作成する。それぞれのネットワークは 3 種類の度数分布を元に作成されており、それらのネットワークを図 2 に示す。

これらのネットワークモデルの正規化方程式は式 (6) のように表すことができる。

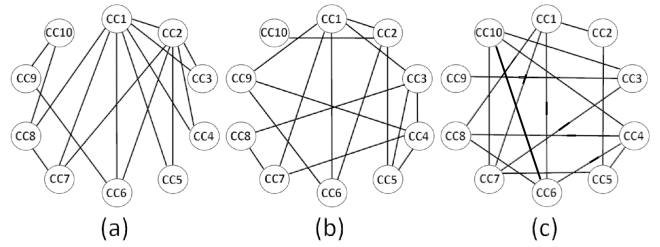


図 2 ネットワークモデル。

$$\begin{cases} \frac{dx_i}{d\tau} = \alpha x_i + z_i \\ \frac{dy_i}{d\tau} = z_i - f(y) \\ \frac{dz_i}{d\tau} = -x_i - \beta y_i - \sum_{i,j=1}^N \delta_{ij} (z_i - z_j) \end{cases} \quad (6)$$

$(i, j = 1, 2, \dots, N).$

式 (6) において、 N は結合回路数を表し、 δ は回路間の結合強度を示している。またパラメータ α は負性抵抗の大きさに対応している。

次に、本研究で使用した度数分布を図 (3) に示す。図 3(A) はべき乗則を模した度数分布、(B) は正規分布を模した度数分布、(C) は右肩上がりの度数分布を示している。それぞれのネットワークの回路数は 10 個に設定しており、エッジ数はどのネットワークも 16 に設定している。またネットワークの平均パス長も近い値に設定した。

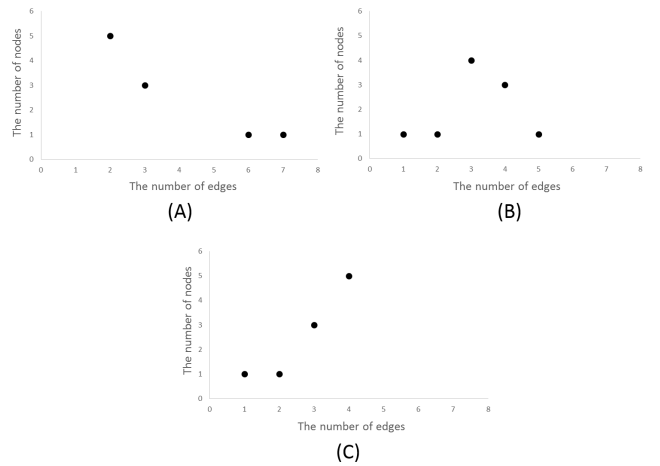


図 3 度数分布。

これに加えて、それぞれの度数分布から作成したネットワークの違う平均パス長を持つネットワークも作成した。それらのネットワークを図 4 に示す。

図 4 のネットワークも図 3 の度数分布から作成しており、それぞれのネットワークの平均パス長の関係は表 1 に示す。

モデルがランダムネットワークを模したネットワークモデルの同期割合より小さいことが確認できた。

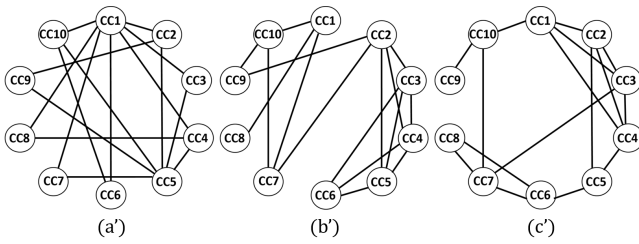


図 4 平均パス長の異なるネットワークモデル.

表 1 ネットワークの平均パス長.

	(a)	(a')	(b)	(b')	(c)	(c')
The path length	1.822	1.689	1.844	2.156	1.889	2.0

4. シミュレーション結果

本研究の同期の定義は回路間の電圧差によって定めている。方程式 (7) で同期を定義する。

$$|Z_j - Z_i| < 0.15 \quad (i, j = 1, 2, \dots, N) \quad (7)$$

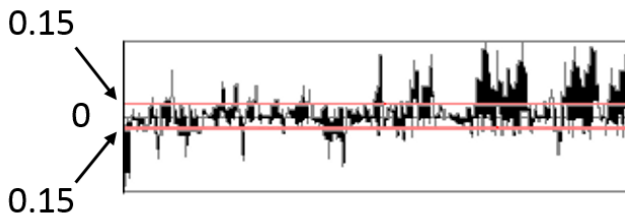


図 5 電圧差分波形.

図 5 は本研究で観察された電圧差分波形である。図 5 中の 2 つの線は式 (7) で示された閾値を表しており、電圧差がこの閾値内に入ると同期とみなす。演算回数は 1,000,000 回であり、同期割合は結合された回路の同期割合を平均したものである。

4.1 パラメータ α の異なるネットワークでの同期割合

このシミュレーションでは、カオス回路のパラメータ α を一様に変化させ、結合強度の増加による同期割合の比較を行う。パラメータ α の変化によるカオスアトラクターを図 6 に示す。また図 7,8,9 にパラメータ α の異なるネットワークの同期割合を示す。ネットワーク別で同期割合を比較すると $\alpha=0.490, 0.460, 0.350$ の順に大きくなっていることがわかる。また図 8 において、スケールフリーネットワークを模したネットワークモデル (a) の同期割合が $\delta=0.05$ から $\delta=0.1$ まで他のネットワークモデルの同期割合よりも低い値を得ている。またパラメータ α が大きくなるにつれ、各ネットワークの同期割合の変化が小さくなることが確認できた。加えて、全体的に、差は小さいがスケールフリーネットワークを模したネットワーク

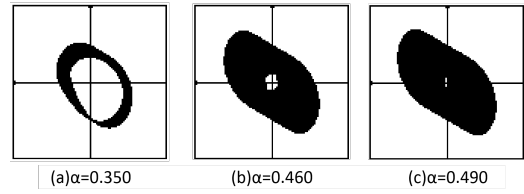


図 6 パラメータ α 別のカオスアトラクタ.

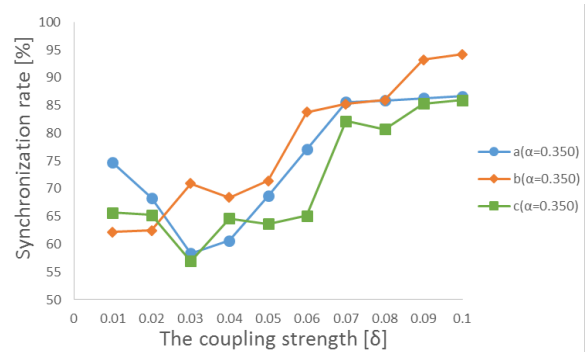


図 7 結合カオス回路の同期割合 ($\alpha=0.350$).

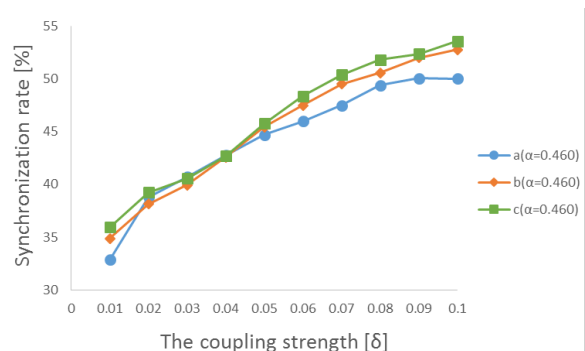


図 8 結合カオス回路の同期割合 ($\alpha=0.460$).

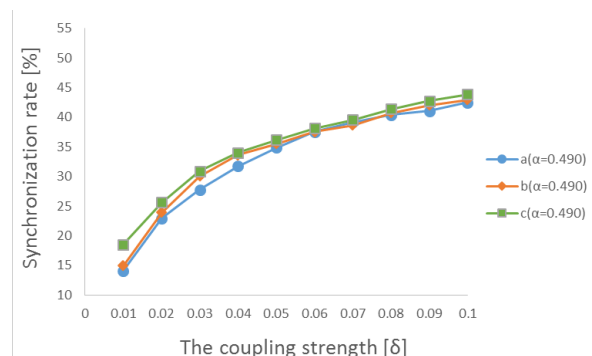


図 9 結合カオス回路の同期割合 ($\alpha=0.490$).

4.2 平均パス長の異なるネットワークでの比較

この章では異なる平均パス長を持つ同じ次数分布から作成されたネットワークでの比較を行う。図 10,11,12 にそれらと比較したグラフを記載する。この時、使用したパラメータは $\alpha=0.460$ である。図 10,11,12 において、どの次数分布においても結合強度が小さい時は平均パス長の小さいネットワークの同期割合が高い。しかし結合強度を増加させると、 $\delta=0.08$ 以降で、平均パス長の大きいネットワークが同期割合が高くなる結果が確認できる。

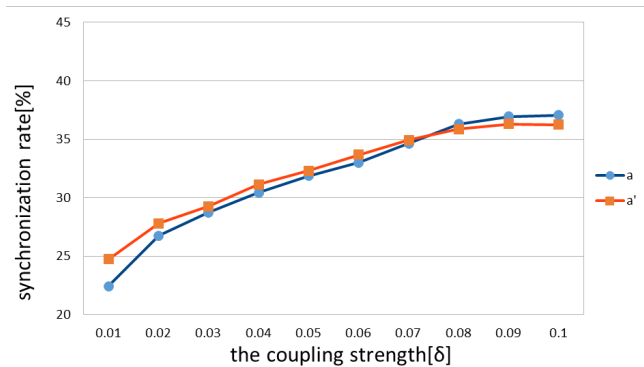


図 10 次数分布 A の平均パス長の異なるネットワークの同期割合.

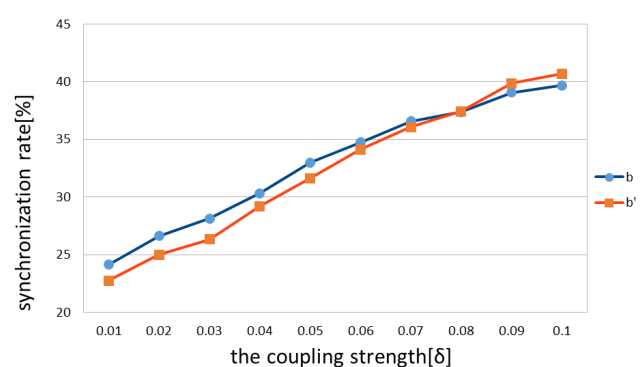


図 11 次数分布 B の平均パス長の異なるネットワークの同期割合.

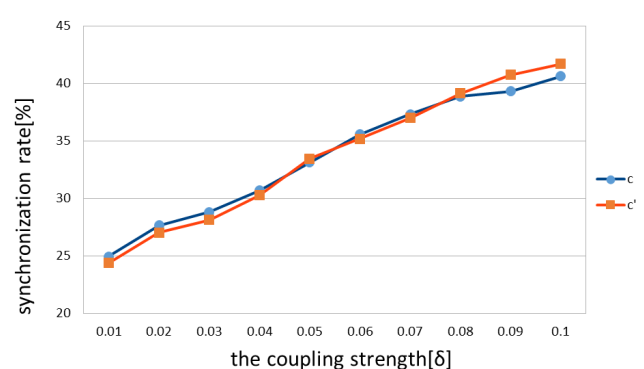


図 12 次数分布 C の平均パス長の異なるネットワークの同期割合.

5. ま と め

本研究では、3種類の次数分布を作成し、それを元に製作した結合カオス回路のネットワークにおける同期現象を調査し比較を行った。コンピュータシミュレーションにより調査を行った結果、カオス回路の負性抵抗の大きさに対応しているパラメータを一様に变化させ調査した時、どの次数分布でもスケールフリーネットワークを模したモデルがランダムネットワークを模したモデルよりも低い同期割合を得ることが確認できた。また、異なる平均パス長で各自数分布のネットワークモデルを比較した時、次数分布に関わらず、結合強度が小さい時は平均パス長の小さいネットワークの同期割合が高く、結合強度が大きくなると平均パス長の大きいネットワークの同期割合が高くなることが確認できた。

文 献

- [1] K.Ago, Y.Uwate, Y.Nishio, "Investigation of Synchronization in Coupled Chaotic Circuit Network with Local Bridge", IEEE Workshop on Nonlinear Networks December 12-13, 2014.
- [2] T.Nishiumi, Y.Uwate, Y.Nishio, "Synchronization Phenomena of Chaotic Circuits with Stochastically-Changed Network Topology", Proceedings of International Symposium on Nonlinear Theory and its Applications (NOLTA'14), pp. 811-814, Sep. 2014.
- [3] D.J.Watts and S.H.Strogatz, "Collective dynamics of small-world ", Nature, vol.393, pp.440-442, 1998.
- [4] A.L.Barabasi and R.Albert, "Emergence of scaling in random networks ", Science, vol.286, pp.509-512, 1999.