

シングルリングとダブルリングモデルにおけるカオス伝搬と同期現象

近澤 隆啓[†] 上手 洋子[†] 西尾 芳文[†]

[†] 徳島大学工学部 〒770-8506 徳島県徳島市南常三島 2-1

E-mail: †{chikazawa,uwate,nishio}@ee.tokushima-u.ac.jp

あらまし 本研究では、ダブルリングとシングルリングの二つの提案するモデルにおいて、結合カオス回路におけるカオス伝搬と同期現象について調査を行う。それぞれのモデルにおいて、中心の回路はカオスアトラクタになるようにパラメータを設定し、その他の回路は三周期アトラクタになるようにパラメータを設定する。また、それぞれの回路を抵抗により結合する。そして、システム内の回路間の結合強度やエッジ数を変化させた際のカオス伝搬や同期現象の調査をコンピュータシミュレーションを用いて行う。結合強度を増加させることによって、カオス解が他の三周期解に伝搬する事を確認することができた。また、同様に結合強度大きくすると位相差が小さくなり同期状態に近づく。そして定常状態においてはモデルによる違いは確認されなかった。しかし、定常状態に至る過程においては、モデルによって大きく変化する事が確認できた。

キーワード カオス回路、カオス伝搬、同期現象

Chaos Propagation and Synchronization in Coupled Chaotic Circuits as Single Ring and Double Ring Combination

Takahiro CHIKAZAWA[†], Yoko UWATE[†], and Yoshifumi NISHIO[†]

[†] Electrical and Electronic Engineering, Tokushima University,
2-1 Minamijosanjima, Tokushima, 770-8506 Japan

E-mail: †{chikazawa,uwate,nishio}@ee.tokushima-u.ac.jp

Abstract In this study, we investigate chaos propagation and synchronization phenomena in coupled chaotic circuit. We compare the differences models between double and single ring model. These models are coupled chaotic circuits when one circuit is set to generate chaotic attractor and the other circuits are set to generate three-periodic attractors. By using computer simulations, we have observed that the chaotic attractor is propagated to the other circuits. The three-periodic attractors are affected from the chaotic attractors when the coupling strength is increased. Furthermore, we have observed that the process to chaos is changed in each model.

Key words Chaotic Circuit, Chaos propagation, Synchronization,

1. ま え が き

同期現象は、自然科学の分野において、様々な高次元非線形現象を記述するのに非常に適したモデルである。その中でも、結合カオス回路においては、カオス同期現象など様々な現象が見られるため、工学的応用のみならず物理学や生物学など様々な分野で研究されている [1]~[3]。一方で、あるネットワークにおいて困難な状況下においてのカオス伝搬の調査が重要な研究テーマである。困難な状況下の例として、一時的な外部刺激が与えられた場合やネットワーク内でのフラストレーションが発生した場合が考えられる。また、ネットワーク内における伝搬の例として、ウイルスの感染や交通網の渋滞などが挙げられる。

その為、他とは異なる複雑な振る舞いがシステム全体にどのような影響を及ぼすかを調査する必要があると考える。生物学の分野において例を挙げると、ネットワーク内におけるウイルスの感染や蔓延を防ぐ事ができれば未知なるウイルスの流行を未然に防ぐ事ができるのではないだろうか。我々の研究グループは、星型および環状結合したシンプルなネットワークモデルにおいて、他とは異なる振る舞いがネットワーク内全体に伝搬する事を確認している [4]、[5]。

本研究では、結合カオス回路においてダブルリングとシングルリングモデルにおけるカオス伝搬と同期現象について調査を行う。それぞれのモデルにおいて、カオス解と3周期解を生成することのできるカオス回路を用いる。また、ネットワーク

モデルによって回路の繋ぎ方を変化させるが、使用する回路数は同じとする。この二つのモデルにおいてコンピュータシミュレーションを用いて、結合強度やエッジ数を変化させた場合におけるカオス伝搬と同期現象の調査を行う。さらに、それぞれのモデルにおいてシステム全体が同期状態に至るまでの過程を調査、比較する。

2. システムモデル

図1に本研究で使用するカオス回路モデルを示す。これは、西尾・稲葉回路と呼ばれるカオス回路である。この回路は負性抵抗、二つのインダクタ、キャパシタ、とダイオードから構成されている。

本研究では二つのモデルを提案する。シングルリングモデルは、中心の回路は10個全ての回路に直接繋がっている(図2(a))。一方でダブルリングシステムは、中心の回路から5つの回路のみが直接繋がっている。その他の5つの回路はその外側に二重になるように繋がっている(図2(b))。

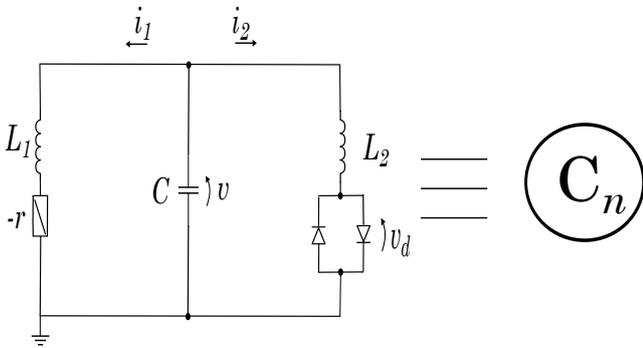


図1 カオス回路.

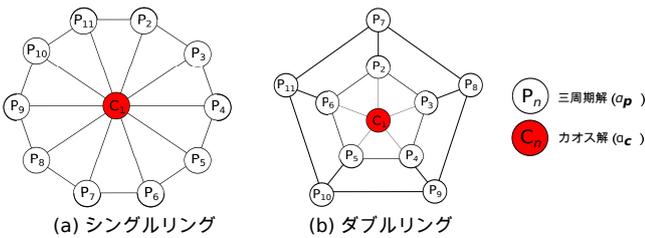


図2 システムモデル.

この回路の回路方程式を式(1)に示す。

$$\begin{cases} L_1 \frac{di_1}{dt} = v + ri \\ L_2 \frac{di_2}{dt} = v - v_d \\ C \frac{dv}{dt} = -i_1 - i_2. \end{cases} \quad (1)$$

非線形抵抗の $I-V$ 特性を式(2)に示す:

$$v_d = \frac{r_d}{2} \left(\left| i_2 + \frac{V}{r_d} \right| - \left| i_2 - \frac{V}{r_d} \right| \right). \quad (2)$$

また、式(1)中の各変数を以下のように置き換えることによって、

$$\begin{cases} i_1 = \sqrt{\frac{C}{L_1}} V x_n, \quad i_2 = \frac{\sqrt{L_1 C}}{L_2} V y_n, \quad v = V z_n \\ \alpha = r \sqrt{\frac{C}{L_1}}, \quad \beta = \frac{L_1}{L_2}, \quad \delta = r_d \frac{\sqrt{L_1 C}}{L_2}, \\ \gamma = \frac{1}{R} \sqrt{\frac{L_1}{C}}, \quad t = \sqrt{L_1 C} \tau, \end{cases} \quad (3)$$

正規化された式(4)が得られる。

$$\begin{cases} \frac{dx_n}{d\tau} = \alpha x_n + z_n \\ \frac{dy_n}{d\tau} = z_n - f(y_n) \\ \frac{dz_n}{d\tau} = -x_n - \beta y_n - \sum_{n=1}^N \gamma_{ij} (z_n - z_{n+1}) \end{cases} \quad (4)$$

$(n = 1, 2, \dots, N).$

式(4)において、 N は結合回路数であり γ は結合強度である。また、 $f(y_n)$ を以下に示す。

$$f(y_n) = \frac{1}{2} \left(\left| y_n + \frac{1}{\delta} \right| - \left| y_n - \frac{1}{\delta} \right| \right). \quad (5)$$

また、本研究ではカオス度を表わすパラメータを以下のように設定する。カオス解となるパラメータを α_c とし、三周期解となるパラメータを α_p とする。

3. シミュレーション結果

提案する二つのシステムにおいて、エッジ数と結合強度を変化させた時のカオス伝搬について調査を行った。また、各回路間の位相差の平均することによって同期現象の調査を行った。さらに、モデルによるエッジ数のパターンを図3、4に示す。シングルリングとダブルリングにおける基本形とするモデルを図3に示す。次に、中心の回路から他の回路に繋がるエッジ数を減らした時のモデルを図4に示す。シングルリングにおいては、中心の回路から直接、他の回路に繋がるエッジ数を1本に減らす。またダブルリングにおいて、内側のリングに繋がっているエッジ数を1本に減らし、内側と外側のリングをつなぐエッジ数も1本に減らす。

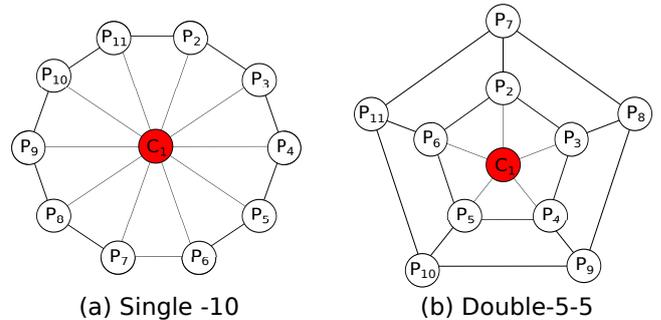


図3 基本形のモデル図.

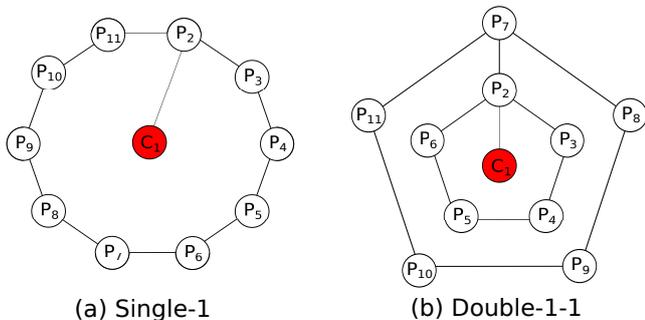


図 4 エッジ数を減らした時のモデル図.

3.1 カオス伝搬

シングルリングモデルにおけるカオス伝搬のアトラクタを図 5 に示す。結合強度が $\gamma = 0.0000$ の時は、それぞれの回路同士が繋がっていない状態を表すためカオスは伝搬しない (図 5(a))。次に結合強度を $\gamma = 0.0008$ まで大きくすると、一部の回路のみが伝搬している事が分かる (図 5(b))。さらに、結合強度を $\gamma = 0.0030$ まで大きくすると全ての回路にカオスが伝搬している事が確認できた (図 5(c))。

同様に図 6 にダブルリングモデルにおけるカオスアトラクタを示す。結合強度が $\gamma = 0.0000$ の時は、それぞれの回路同士が繋がっていない状態を表すためカオスは伝搬しない (図 6(a))。次に結合強度を $\gamma = 0.0007$ まで大きくすると、一部の回路のみが伝搬している事が分かる (図 6(b))。さらに、結合強度を $\gamma = 0.0030$ まで大きくすると全ての回路にカオスが伝搬している事が確認できた (図 6(c))。

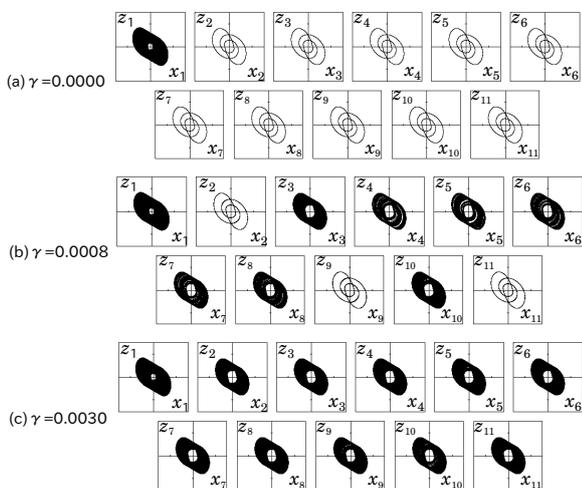


図 5 カオス伝搬 (シングルリング).

それぞれの結果より、結合強度を大きくすることで三周期解がカオス解の影響を受けるため、全ての回路にカオスが伝搬していくことが分かる。また、結合強度が小さいと部分的にカオスが伝搬するがこれは初期値による影響だと考えられる。

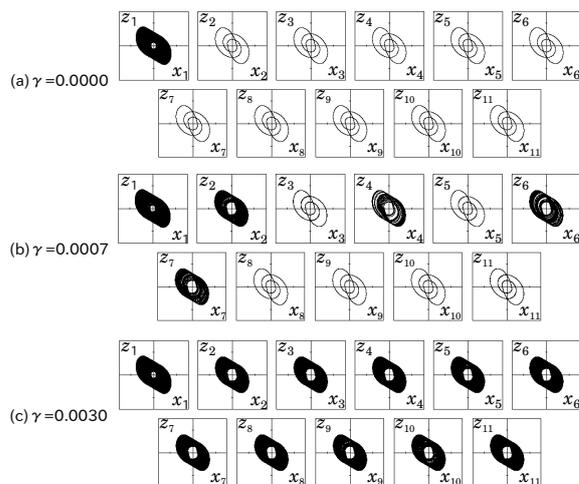


図 6 カオス伝搬 (ダブルリング).

3.2 同期現象

この章では、同期現象についてそれぞれのモデルにおいて調査する。まずはじめに、中心から全ての回路に繋がっている場合の double-5-5 と single-10 について比較する (図 7)。結合強度を大きくすることによって初めの位相差 90° がだんだんと小さくなり最終的には 10° 付近で落ち着く。これにより結合強度を大きくすることで位相差が小さくなり同期状態に近づいていることが分かる。次にエッジ数を減らした場合の double-1-1 と single-1 について比較する (図 8)。先ほどのモデルと同様にエッジ数を減らしても結合強度を大きくすることで位相差が小さくなり同期状態に近づいていることが分かる。

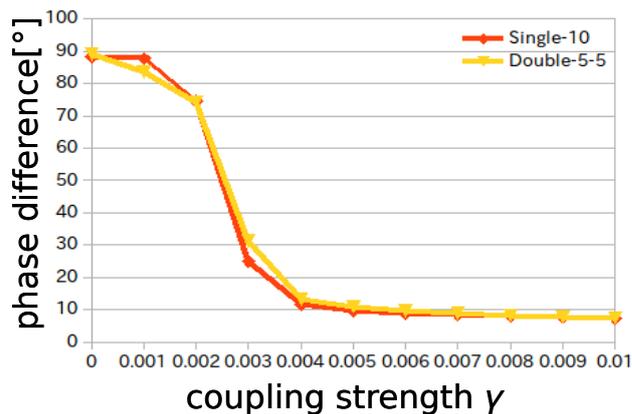


図 7 位相差と結合強度の関係

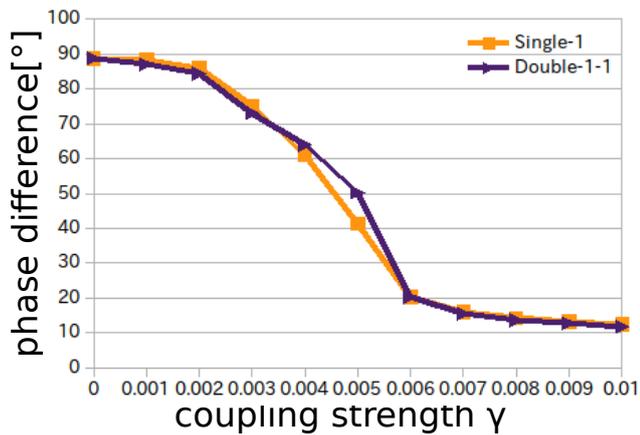


図 8 位相差と結合強度の関係

3.3 カオスになるまでの過程

この章では、三周期解がカオス解の影響を受けてカオスアトラクタになるまでの処理回数を調査した。それぞれのモデルにおいて全ての回路がカオスになるまでの処理回数を5回測定し、その平均を表したものを表1に示す。まずはじめに、double-5-5とsingle-10について比較する。double-5-5に対して、single-10の方が中心の回路から全ての回路に繋がっている為より早く伝搬している事が分かる。次にdouble-1-1とsingle-1について比較する。表1よりdouble-1-1の方がより早く伝搬している事が分かる。これは中心の回路から最も遠い回路までの平均距離数に影響を受けているのではないかと考えられる。

表1 カオスになるまでの処理回数.

model	single-10	double-5-5	single-1	double-1-1
1st	194654	269522	703099	395966
2nd	181786	280897	662670	395175
3rd	219974	290051	697170	463205
4th	202727	269123	683756	400016
5th	186565	276105	663768	451242
Average	196959	277140	682093	421130

4. まとめ

本研究では二つの提案するモデルにおいて、結合カオス回路におけるカオス伝搬と同期現象の調査を行った。コンピュータシミュレーションにより調査を行った結果、結合強度を大きくするにつれて三周期解がカオス解の影響を受けて、カオス解へと推移していくという結果が得られた。また、位相差について調査を行った結果、同様に結合強度を大きくすることで位相差が小さくなり同期状態に近づくと考えられる。さらに、それぞれ異なるモデル同士の比較を行った結果、位相差の傾きは似たような傾きになった。その為、定常状態においては変化が見られないと考えられる。しかし、それぞれのモデルにおいて定常

状態に至るまでの過程を調べた。全ての三周期解がカオスになるまでの処理回数を調べた結果、回路の繋ぎ方により変化が見られた。

今後の課題として、三周期解がカオス解になる判断基準を理論的に明確化することがより重要な課題だと考えられる。また、提案システムモデルをさらに大規模化したネットワークにおけるカオス伝搬の挙動にも注目したい。

文 献

- [1] N.F. Rulckov and M.M. Sushchik, "Robustness of Synchronized Chaotic Oscillations," *Int. J. Bifurcation and Chaos*, vol. 7, no. 3, pp. 625-643, 1997.
- [2] M. Wada, Y. Nishio and A. Ushida, "Analysis of Bifurcation Phenomena in Two Chaotic Circuits Coupled by an Inductor," *IEICE Trans. Fundamentals*, vol. E80-A, no. 5, pp. 869-875, 1997.
- [3] G. Abramson, V.M. Kenkre and A.R. Bishop, "Analytic Solutions for Nonlinear Waves in Coupled Reacting Systems," *Physica A*: vol. 305, no. 3-4, pp. 427-436, 2002.
- [4] Y. Uwate and Y. Nishio, "Chaos Propagation in a Ring of Coupled Circuits Generating Chaotic and Three-Periodic Attractors," *Proceedings of IEEE Asia Pacific Conference on Circuits and Systems (APCCAS'12)*, pp. 643-646, Dec. 2012.
- [5] T. Chikazawa, S.Tamada, Y. Uwate and Y. Nishio, "Chaos Propagation and Synchronization in Coupled Chaotic Circuits with Star-and-Ring Combination," *Proceedings of IEEE Workshop on Nonlinear Circuit Networks (NCN'15)*, pp. 63-65, Dec. 2015