社団法人　電子情報通信学会
THE INSTITUTE OF ELECTRONICS,
INFORMATION AND COMMUNICATION ENGINEERS

信学技報
TECHNICAL REPORT OF IEICE.

# 一次元座標上に配置された3つの非対称ネットワークにおける同期現象の調査

塩本　　純† 　上手　洋子† 　オットトーマス†† 　西尾　芳文†

† 徳島大学工学部 〒 770-0861 徳島県徳島市南常三島 2-1
†† チューリッヒ応用科学大学
E-mail: †{shiomoto,uwate,nishio}@ee.tokushima-u.ac.jp, ††thomas.ott@zhaw.ch

**あらまし**　本研究では, 結合カオス回路における同期現象の調査を行う. カオス回路は一次元座標システム上に抵抗により結合される. 回路間の距離を変化させせることによって, その距離に対応した結合強度になるよう設定する. そして, グループ内の回路間の距離を変化させた際の同期現象の調査を行う. また, コンピュータシミュレーションを用いて位相差の測定を行う. コンピュータシミュレーションより, システムが対称なシステムから非対称なシステムに変化した際に, クラスタ間同期の崩壊を確認することができた. さらに, 3 つのネットワークトポロジーにおいて結果の比較を行った.

**キーワード**　同期現象, カオス回路, クラスタリング

# Investigation of Synchronization Phenomena in Three Asymmetrical Networks Arranged in One-Dimensional Coordinate

Jun SHIOMOTO†, Yoko UWATE†, Thomas OTT††, and Yoshifumi NISHIO†

† Electrical and Electronics Engineering, Tokushima University
†† Einsiedlerstrasse 31a, 8820 Waedenswil, Switzerland
E-mail: †{shiomoto,uwate,nishio}@ee.tokushima-u.ac.jp, ††thomas.ott@zhaw.ch

**Abstract**　In this study, we investigate synchronization phenomena of coupled chaotic circuits. The chaotic circuits are combined by resisters on one-dimensional coordinate system. We set the coupling strength that corresponds to the distance by changing the distance between the circuits. We investigate synchronization phenomena when the distance between the circuits in the group is changed. Also, we measure the phase difference using computer simulations. From the computer simulations, we could make sure of the breakdown of inter-cluster synchronization when the system is changed from the symmetrical system to the asymmetrical system. Additionally, we compare the results of three network topologies.

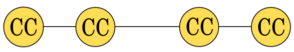
**Key words**　Synchronization, Chaotic Circuit, Clustering

## 1. まえがき

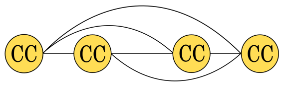
同期現象は, 自然界で観測することのできる典型的な非線形現象のひとつである. 近年では, カオス回路を用いた同期現象についての多くの研究が行われている [1]～[5]. 本研究では, ネットワーク構造の違いが回路全体にどのような影響を及ぼしているのか, ということに焦点を当てている.

我々の研究グループでは, 一次元座標上に配置された結合カオス回路を対称なネットワークから非対称なネットワークに変化させた際の同期現象についての調査結果を報告している. 隣合ったカオス回路のみが結合されているラダーシステムのみが用いられており, カオス回路は抵抗により結合されている. カオス回路は常に 10 個用いており, 対称なネットワークと非対称なネットワークについて調査された. 中央の回路間の距離は固定されており, グループ内の回路間の距離を変化させた際の同期現象について調査を行う. その結果, システムが対称なネットワークから非対称なネットワークに変化した際に, クラスタ間同期の崩壊を確認することができた [6].

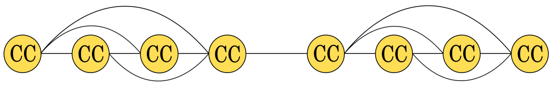
本研究では, 3 つのネットワークトポロジーを用いて研究を行っている．そのネットワークトポロジーとは, ラダーシステム, ブリッジシステム, 完全結合システムの 3 つである．完全結合システムとは, カオス回路が他の全てのカオス回路と結合されているシステムであり, ブリッジシステムとは, グループ内のカオス回路のみが完全結合されているシステムである．図 1 はそれぞれのシステムモデルを表している．我々は, 3 つのネットワークトポロジーでの位相状態の結果の比較を行っている．




(a) ラダーシステム．




(b) 完全結合システム．




(c) ブリッジシステム．

図 1　システムモデル．

## 2.　回路モデル

図 2 は, カオス回路モデルを表している．これは, 西尾・稲葉回路と呼ばれるカオス回路である [7]～[8].

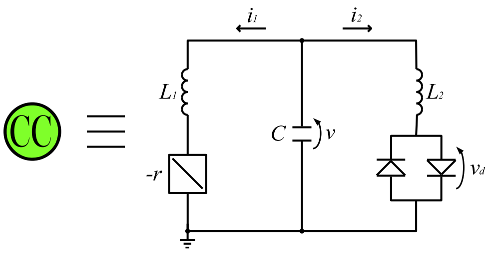



図 2　西尾・稲葉カオス回路．

このカオス回路は, キャパシタ, インダクタ, 負性抵抗, 二つのダイオードで構成された非線形抵抗により構成されている．この非線形抵抗の $I-V$ 特性は式 (1) で示され, パラメータ $r_d$ はダイオードのオフ抵抗に対応している．

$$v_d(i_2) = \frac{r_d}{2}\left(\left|i_2 + \frac{V}{r_d}\right| - \left|i_2 - \frac{V}{r_d}\right|\right). \tag{1}$$

また, 回路のダイナミクスは次のような三次の区分線系常微分方程式により表すことができる．

$$\begin{cases} L_1\dfrac{di_1}{dt} &= v + ri_1 \\ L_2\dfrac{di_2}{dt} &= v - v_d(i_2) \\ C\dfrac{dv}{dt} &= -i_1 - i_2 \end{cases} \tag{2}$$

式 (2) 中の各変数を, 以下のような変数変換及びパラメータを用いることにより式 (2) は正規化され, 式 (3) のような式を得ることができる．

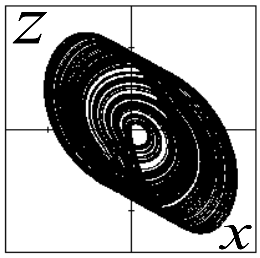
$$i_1 = \sqrt{\tfrac{C}{L_1}}Vx;\ i_2 = \tfrac{\sqrt{L_1C}}{L_2}Vy;\ v = Vz;$$
$$r\sqrt{\tfrac{C}{L_1}} = \alpha;\ \tfrac{L_1}{L_2} = \beta;\ r_d\tfrac{\sqrt{L_1C}}{L_2} = \delta;$$
$$t = \sqrt{L_1C}\tau;\quad \text{“}\cdot\text{”} = \tfrac{d}{d\tau};$$

$$\begin{cases} \dot{x} &= \alpha x + z \\ \dot{y} &= z - f(y) \\ \dot{z} &= -x - \beta y \end{cases} \tag{3}$$

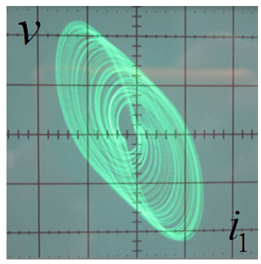
また, 式 (3) 中の $f(y)$ は次の式 (4) のように記述することができる．

$$f(y) = \frac{\delta}{2}\left(\left|y + \frac{1}{\delta}\right| - \left|y - \frac{1}{\delta}\right|\right) \tag{4}$$

図 3 は, コンピュータシミュレーションを用いた場合 (図 3(a)) と回路実験を行った場合 (図 3(b)) のカオスアトラクタを表している．コンピュータシミュレーションを行った場合, 各パラメータはそれぞれ $\alpha = 0.460$, $\beta = 3.0$, $\delta = 470$ に設定している．また, 回路実験を行った場合は, それぞれの素子の値を $L_1 = 500[mH]$, $L_2 = 200[mH]$, $C = 0.0153[\mu F]$, $r_d = 1.46[M\Omega]$ に設定している．




(a) コンピュータシミュレーション．




(b) 回路実験．

図 3　カオスアトラクタ．

ラダーシステムでは, カオス回路は隣合っている回路のみが結合されている．隣合っているカオス回路のみが結合されている場合, 回路方程式は式 (6)～ 式 (8) のように表せる．
パラメータ $\gamma_{\{i,j\}}$ は回路間の結合強度を表している．また, パラメータ $\gamma_{\{i,j\}}$ は回路間の距離にも対応しており, 次の式 (5) で記述することができる．

$$\gamma_{\{i,j\}} = \frac{g}{(d_{i,j})^2}. \tag{5}$$

パラメータ $d_{i,j}$ は, $i$ 番目と $j$ 番目の回路間のユークリッド距離を表している．また, パラメータ $g$ は結合強度を決定するための結合係数であり, 定数である．本研究では, パラメータ $g$ の値を $g = 1.0 \times 10^{-3}$ に設定している．

$CC_1$:

$$\left\{\begin{array}{lcl}\dot{x}_1 &=& \alpha x_1 + z_1\\ \dot{y}_1 &=& z_1 - f(y_1)\\ \dot{z}_1 &=& -x_1 - \beta y_1 - \gamma_{\{1,2\}}(z_1 - z_2)\end{array}\right. \qquad (6)$$

$CC_n$:

$$\left\{\begin{array}{lcl}\dot{x}_n &=& \alpha x_n + z_n\\ \dot{y}_n &=& z_n - f(y_n)\\ \dot{z}_n &=& -x_n - \beta y_n - \gamma_{\{n,n-1\}}(z_n - z_{n-1})\\ && -\gamma_{\{n,n+1\}}(z_n - z_{n+1})\end{array}\right. \qquad (7)$$

$CC_N$:

$$\left\{\begin{array}{lcl}\dot{x}_N &=& \alpha x_N + z_N\\ \dot{y}_N &=& z_N - f(y_N)\\ \dot{z}_N &=& -x_N - \beta y_N\\ && -\gamma_{\{N,N-1\}}(z_N - z_{N-1})\end{array}\right. \qquad (8)$$

完全結合システムでは, 回路方程式は式 (9) のようになる.

$$\left\{\begin{array}{lcl}\dot{x}_i &=& \alpha x_i + z_i\\ \dot{y}_i &=& z_i - f(y_i)\\ \dot{z}_i &=& -x_i - \beta y_i - \sum_{j=1}^{N} \gamma_{\{i,j\}}(z_i - z_j)\\ && (i, j = 1, 2, \cdots, N)\end{array}\right. \qquad (9)$$

ブリッジシステムでは, 回路方程式は式 (10) のようになる. この式は回路数が 10 個の場合の式である.

$$\left\{\begin{array}{lcl}\dot{x}_i &=& \alpha x_i + z_i\\ \dot{y}_i &=& z_i - f(y_i)\\ \dot{z}_i &=& -x_i - \beta y_i - \Gamma\\ && (i = 1, 2, \cdots, N)\end{array}\right. \qquad (10)$$

$CC_{1\sim4}$:

$$\Gamma = \gamma_{\{n,k\}}(5 \cdot z_n - \sum_{k=1}^{5} z_k) \qquad (n = 1, 2, 3, 4)$$

$CC_5$:

$$\Gamma = \gamma_{\{5,k\}}(6 \cdot z_5 - \sum_{k=1}^{6} z_k)$$

システムの対称性により, $CC_6 \sim CC_{10}$ についての式は省略する.

## 3. シミュレーション方法

我々は一次元座標上に配置された 3 種類のネットワークトポロジーを用いてコンピュータシミュレーションを行う. また, コンピュータシミュレーションにおいて 10 個のカオス回路を用いる. そして, 対称になるように 2 つのグループに分割し, 1 つのグループにカオス回路が 5 個になるよう設定する.
左側のグループと右側のグループでは回路間の距離は 0.3, 中央の回路間の距離は 0.5 に設定する. 対称な場合のネットワーク構造を図 5 に示す. 5 番目と 6 番目の回路間を軸に左右対称な

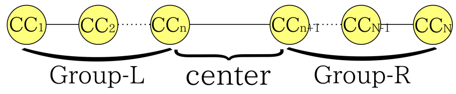



図 4　ネットワーク構造.

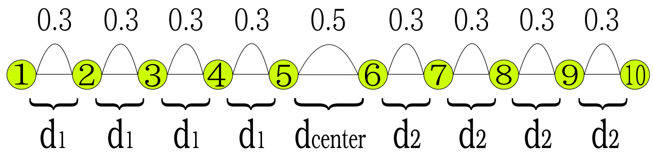



図 5　対称なネットワーク構造.

ネットワーク構造である. この対称なネットワーク構造から非対称なネットワーク構造まで変化させる. ここで, 回路間の距離を変えることにより結合強度が変化する.
左側のグループ内の回路間の距離を $d_1$ と定義する. 同様に, 右側のグループ内の回路間の距離を $d_2$ と定義する. そして, 中央の回路間の距離を $d_{center}$ と定義する. 今回のシミュレーションでは, $d_{center}$ の値と $d_2$ の値を固定し, $d_1$ の値のみを変化させる. $d_1$ の値を徐々に小さくしていき, $d_1$ の値を 0.3 から 0.1 まで変化させる. この時の非対称なネットワーク構造を図 6 に示す.

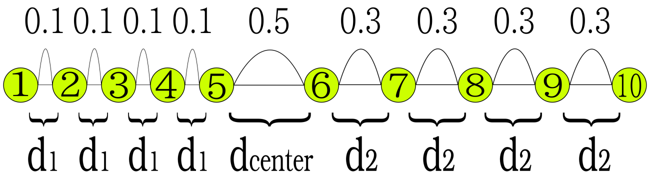



図 6　非対称なネットワーク構造.

コンピュータシミュレーションを用いて回路間の位相差を測定する. そして, 対称なネットワーク構造から非対称なネットワーク構造に変化した際に位相差がどのように変化するか測定する.

## 4. シミュレーション結果

図 7 ～ 図 9 にそれぞれのシステムでのシミュレーション結果を示す.

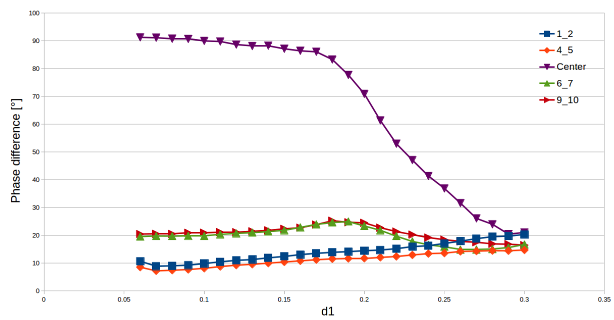



図 7　シミュレーション結果 (ラダーシステム).

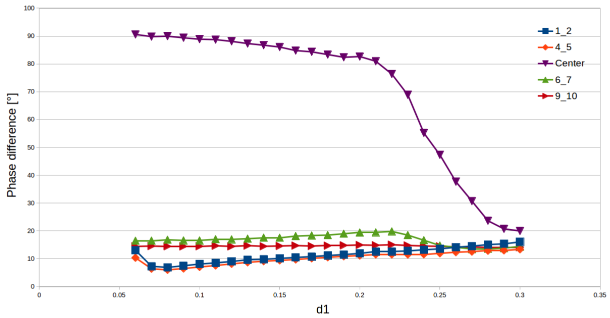



図 8　シミュレーション結果 (ブリッジシステム).

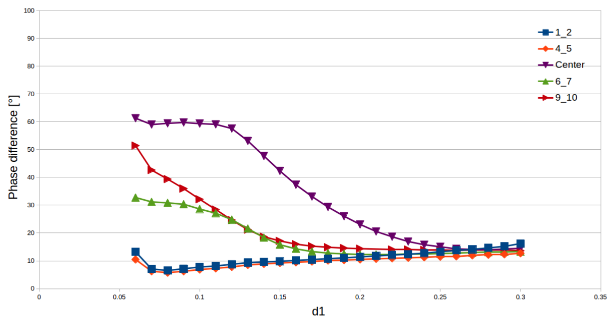



図 9　シミュレーション結果 (完全結合システム).

それぞれのシステムにおいて, 位相差の変化に同じような傾向が見られた．$d_1$ の値を徐々に小さくしていくと, 左側のグループの位相差は小さくなっていき同期が強くなった．中央の回路間はシステムの対称性が崩れることによって位相差が大きくなり同期が弱くなった．ラダーシステムとブリッジシステムでは中央の回路間は非同期になったが, 完全結合システムでは回路間の結合数が多いため, 位相差が大きくなるが非同期にはならなかった．右側のグループでは, 位相差が徐々に大きくなり, 中央の回路間が非同期になったあたりで位相差は小さくなっていき同期に近づいた．完全結合システムでは, 中央の回路間が非同期にならなかったためか, 右側のグループも位相差は小さくならなかった．また, それぞれのシステムにおいて, $d_1 = 0.5$ で発散し, それ以下の値の結果をとることができなかった．

次に示す図 10 はそれぞれのシステムを比較したグラフである．このグラフは中央の回路間の位相差のみの比較のグラフである．

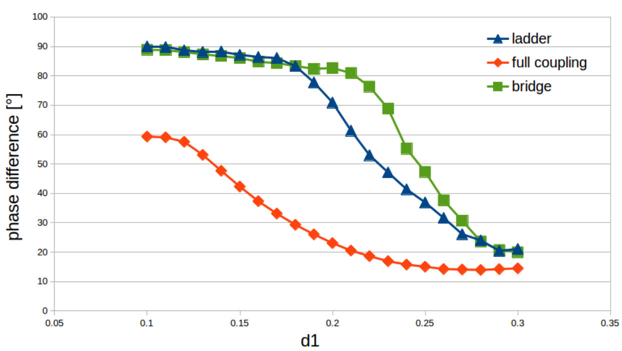



図 10　結果の比較 (中央の回路間).

図 10 の結果より, ラダーシステムでは位相差が徐々に大きくなっていき, $d_1 = 0.19$ あたりで中央の回路間が非同期になっていることが分かる．ブリッジシステムでは, ラダーシステムと同様に徐々に位相差が大きくなっていき, $d_1 = 0.22$ あたりで中央の回路間が非同期になっている．ブリッジシステムの結合数がラダーシステムの結合数より多いにも関わらず, ブリッジシステムの方がラダーシステムよりも早く非同期になった．ブリッジシステムではグループ内の回路のみが完全結合されている．グループ内の回路が完全結合されていることにより, システムの対称性が崩れた際にグループ内での結合が強くなり, ラダーシステムよりも早く中央の回路間が非同期になったと考えられる．完全結合システムでは, 結合数が多いため中央の回路間は非同期にならなかった．

これらの結果より, 同期の強さはシステムにおける結合の数には依存しないということが確認できた．

## 5. まとめ

本研究では, 結合カオス回路ネットワークにおける同期現象の調査を行った．また, 対称なネットワーク構造と非対称なネットワーク構造での位相差の調査も行った．さらに, 3 つのシステムにおける結果の比較をし, 考察した．コンピュータシミュレーションより, それぞれのシステムにおいて, 似たような現象を確認することができた．さらに, 3 つのシステムを比較することにより, 興味深い結果を確認することができた．

今後の課題として, 回路実験でも同じ結果を確認し, 本研究で確認することができた現象についてさらに細かく考察していきたいと考えている．

## 謝辞

本研究の一部は, JSPS 科研費 26540127 の助成を受けたものである．

## 文　　献

[1] N.F. Rullckov and M.M. Sushchik, “Robustness of Synchronized Chaotic Oscillations,” Int. J. Bifurcation and Chaos, vol. 7, no. 3, pp. 625-643, 1997.

[2] M. Wada, Y. Nishio and A. Ushida, “Analysis of Bifurcation Phenomena in Two Chaotic Circuits Coupled by an Inductor,” IEICE Trans. Fundamentals, vol. E80-A, no. 5, pp. 869-875, 1997.

[3] Y. Nishio and A. Ushida, “Chaotic Wandering and its Analysis in Simple Coupled Chaotic Circuits,” IEICE Trans. Fundamentals, vol. E85-A, no. 1, pp. 248-255, 2002.

[4] G. Abramson, V.M. Kenkre and A.R. Bishop, “Analytic Solutions for Nonlinear Waves in Coupled Reacting Systems,” Physica A: vol. 305, no. 3-4, pp. 427-436, 2002.

[5] I. Belykh, M. Hasler, M. Lauret and H. Nijmeijer, “Synchronization and Graph Topology,” Int. J. Bifurcation and Chaos, vol. 15, no. 11, pp. 3423-3433, 2005.

[6] J. Shiomoto, Y. Uwate, T. Ott and Y. Nishio, “Breakdown of Inter-Cluster Synchronization of Coupled Chaotic Circuits Arranged in One-Dimensional Coordinate,” Proc. NOLTA’14, pp.640-643, Sep. 2014.

[7] R. Stoop, P. Benner and Y. Uwate, “Real-World Existence and Origins of the Spiral Organization of Shrimp-Shaped Domains,” Phys. Rev. Lett., 105, 074102, Aug. 2010.

[8] C. Bonatto and J. A. C. Gallas, “Periodicity Hub and Nested Spirals in the Phase Diagram of a Simple Resistive Circuit,” Phys. Rev. Lett., 101, 054101, Aug. 2008.