

結合に遅延を含むカオス回路にみられる同期現象

蔭山 侃杜[†] 上手 洋子[†] 西尾 芳文[†]

[†] 徳島大学 〒 770-8506 徳島市南常三島 2-1

E-mail: †{n-kage, uwate, nishio}@ee.tokushima-u.ac.jp

あらまし 結合カオス回路にみられる同期現象に関する研究は様々な分野で広く行われている。本研究では、2つの西尾・稲回路を抵抗により結合し、結合に遅延を含んだ回路について、コンピュータシミュレーションおよび回路実験により調査を行い、興味深い同期現象を確認することができた。

キーワード カオス回路, 時間遅延, 同期現象

Synchronizations in Coupled Chaotic Circuits Containing Delay Coupling

Naoto KAGEYAMA[†], Yoko UWATE[†], and Yoshifumi NISHIO[†]

[†] Dept. of E.E. Eng, Tokushima University 2-1 Minami-Josanjima, Tokushima, 770-8506, Japan

E-mail: †{n-kage, uwate, nishio}@ee.tokushima-u.ac.jp

Abstract Studies on synchronization phenomena in coupled chaotic circuits are extensively carried out in various fields. In this study, we investigate two Nishio-Inaba chaotic circuits coupled via resistor containing delay coupling. Interesting synchronization phenomena can be confirmed by computer simulations and circuit experiments.

Key words Chaotic circuit, Time delay, Synchronization

1. まえがき

結合発振システムにおける同期現象は、自然科学の分野において、様々な高次元非線形現象を記述するのに非常に適したモデルであり、結合カオス回路の同期現象に関する研究が広く様々な分野で行われている。近年、同期現象は、工学のみならず物理学、生物学などにも応用され研究されている [1]-[4]。さらに、時間遅延を含んだモデルにおける興味深い現象が確認されている [5], [6]。カオスの同期現象を調査することは将来、カオスを利用する工学分野に活用出来るのではないかと考える。

本研究では、2つの西尾・稲葉回路 [7], [8] を抵抗により結合し、結合に遅延を含んだ回路について調査を行う。この回路の結合はスイッチにより制御されている。さらに、スイッチ動作は電圧の振幅によって制御されている。このスイッチ動作には遅延が含まれており、いくつかの現象がスイッチ動作の遅延時間とスイッチの結合時間の変化により確認された。発生する同期現象についてコンピュータシミュレーションおよび回路実験を用いて調査を行った。

2. 回路モデル

本研究で使用する回路モデルを図1に示す。この回路は、2つの西尾・稲葉回路が正抵抗 R およびスイッチ SW を用いて結

合されている。それぞれのカオス回路は、インダクタ、負性抵抗、キャパシタおよび二つのダイオードで構成された非線形抵抗により構成されている。さらに、 SW は電圧 V_{11} および V_{21} の振幅によって制御されるスイッチであり、電圧 V が任意のしきい値 V_{th} より大きくなると R に接続される。この接続時間を T_c とする。また、このスイッチ動作には遅延が含まれており、この遅延時間を T_d (T_d は定数) とする。

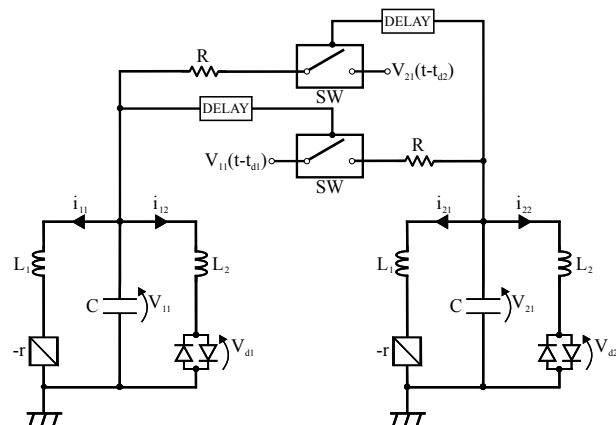


図1 回路モデル。

スイッチ動作を図2に示す。電圧はある時刻にしきい値に達

する. ここでスイッチは直ちに正抵抗には接続されず, 遅延時間 T_d 秒後に接続時間 T_c 秒間接続される. すなわち, V がしきい値 V_{th} に達して T_d 秒後に V が V_{th} を超えている時間間隔 T_c 秒間だけ, SW は R に接続される.

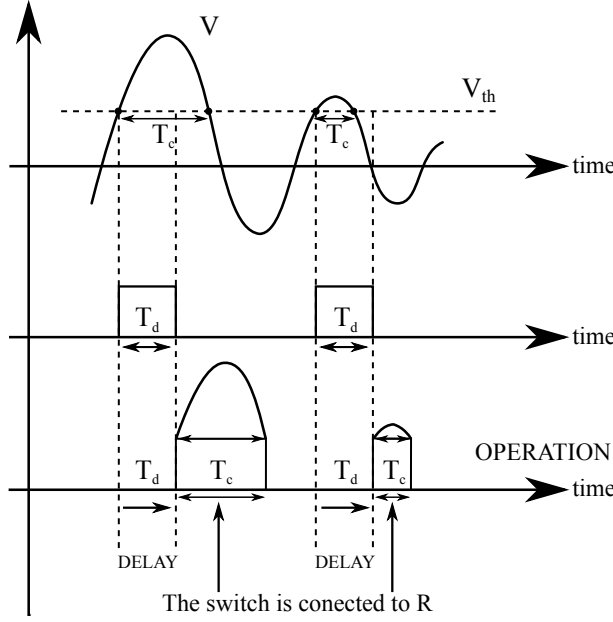


図2 スイッチ動作.

実現回路を図3に示す. 図中のMM1およびMM2はそれぞれモノマルチを示す. モノマルチ1は入力パルスの立ち上がりに反応して一定間隔のパルスを出し, モノマルチ2はモノマルチ1の出力パルスの立ち下がりに反応して一定間隔のパルスを出し, モノマルチ1の出力パルスのパルス幅が遅延時間に対応し, モノマルチ2の出力パルスのパルス幅が接続時間に対応する.

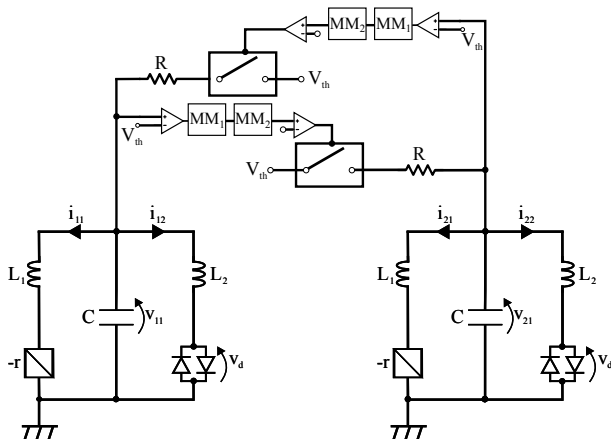


図3 実現回路.

次に回路方程式を示す. 回路のダイナミックは, 次のような区線形三次の常微分方程式により表すことができる.

$$\begin{cases} L_1 \frac{di_{n1}}{dt} = v + ri_{n1} \\ L_2 \frac{di_{n2}}{dt} = v - v_d(i_{n2}) \\ C \frac{dv_{11}}{dt} = -i_{11} - i_{12} - \frac{1}{R}(v_{21}(t - t_{d2}) - v_{11}) \\ C \frac{dv_{21}}{dt} = -i_{21} - i_{22} + \frac{1}{R}(v_{11}(t - t_{d1}) - v_{21}) \end{cases} \quad (1)$$

$(n = 1, 2).$

非線形抵抗の $I - V$ 特性は, 以下の方程式とパラメータ r_d で示され, パラメータ r_d は非線形抵抗の傾きである.

$$v_d(i_{n2}) = \frac{r_d}{2} \left(\left| i_{n2} + \frac{V}{r_d} \right| - \left| i_{n2} - \frac{V}{r_d} \right| \right) \quad (2)$$

$(n = 1, 2).$

式 (1) の各変数を, 式 (3) のように置き換える.

$$\begin{cases} i_{n1} = \sqrt{\frac{C}{L_1}} V x_n, \quad i_{n2} = \frac{\sqrt{L_1 C}}{L_2} V y_n, \quad v_{n1} = V z_n \\ \alpha = r \sqrt{\frac{C}{L_1}}, \quad \beta = \frac{L_1}{L_2}, \quad \delta = r_d \frac{\sqrt{L_1 C}}{L_2}, \\ \gamma = \frac{1}{R} \sqrt{\frac{L_1}{C}}, \quad t = \sqrt{L_1 C} \tau, \quad \dots = \frac{d}{d\tau}. \end{cases} \quad (3)$$

式 (1) は正規化され, 以下の式 (4) が得られる.

$$\begin{cases} \dot{x}_n = \alpha x_n + z_n \\ \dot{y}_n = z_n - f(y_n) \\ \dot{z}_1 = -x_1 - \beta y_n - \gamma(z_2(\tau - \tau_{d2}) - z_1) \\ \dot{z}_2 = -x_2 - \beta y_n + \gamma(z_1(\tau - \tau_{d1}) - z_2) \end{cases} \quad (4)$$

$(n = 1, 2),$

また, 式中の $f(y_n)$ は次のように記述できる.

$$f(y_n) = \frac{\delta}{2} \left(\left| y_n + \frac{1}{\delta} \right| - \left| y_n - \frac{1}{\delta} \right| \right) \quad (5)$$

$(n = 1, 2).$

3. 同期現象

発生する同期現象について, コンピュータシミュレーションを用いて図1の回路を対象とし, 回路実験を用いて図3の回路を対象として調査を行った.

3.1 シミュレーション

それぞれのパラメータを $\beta = 3.0, \delta = 470, \gamma = 0.132, V_{th} = 0.55$ および $T_c = 100$ で固定し, α および T_d を変化させ調査を行った.

図4に $\alpha = 0.460$ で固定し, T_d を変化させた場合の結果を示す. また, 図4(a)は2つの回路を接続していない場合の $x_1 - z_1$ および $x_2 - z_2$ 平面上のカオスアトラクタである. T_d を大きくすることでカオスアトラクタに変化は見られないが, 回路間の位相状態は, T_d を大きくすることで同相同期が強くなり, ある値で逆相同期へと変化した.

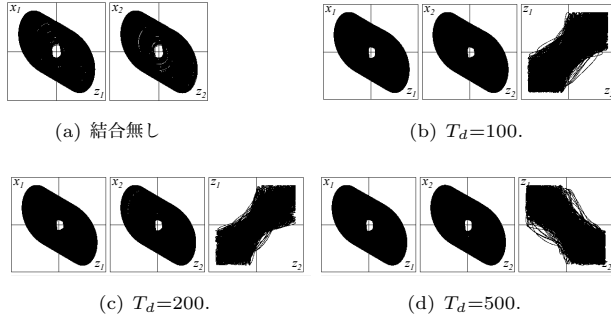


図4 $\alpha = 0.460$ の場合の $x_1 - z_1$, $x_2 - z_2$ および $z_1 - z_2$ 平面上の状態の変化.

図5および6に $\alpha = 0.350$ および $\alpha = 0.300$ で固定し, T_d を変化させた場合の結果を示す. $\alpha = 0.350$ 場合において T_d を変化させることで $x_1 - z_1$ および $x_2 - z_2$ 平面上の状態は一度カオスが強くなり, さらに T_d を大きくすることで周期が少なくなつた後, 再びカオスへと変化した. また, $z_1 - z_2$ 平面上の状態は一度カオスが強くなった後に同相同期が強くなり, 逆相同期へと変化した. $\alpha = 0.300$ 場合においては, T_d を大きくすることで, はじめは一つ目の回路がカオスとなり二つ目の回路は周期解であったが, 両方の回路がカオスとなり, さらに T_d を大きくすることで一つ目の回路が周期解となり二つ目の回路はカオスへと変化した. また, $z_1 - z_2$ 平面上の状態は T_d を大きくすることで同相同期が強くなり, カオスとなった後, 逆相同期へと変化した.

3.2 回路実験

図7および8に素子の値をそれぞれ, $L_1 = 500[mH]$, $L_2 = 200[mH]$, $C = 0.0153[\mu F]$, $r_d = 1.46[M\Omega]$, $R = 43.2[k\Omega]$ および $V_{th} = 5.50[V]$ で固定し, T_d を変化させた場合の結果を示す.

図7はそれぞれの回路のカオスが強い場合の $z_1 - z_2$ 平面上の位相状態を示す. T_d を大きくすることで同相同期が強くなり, ある値で逆相同期へと変化することを確認した. また, 図8はそれぞれの回路のカオスが弱い場合の $z_1 - z_2$ 平面上の位相状態を示す. $T_d = 100$ の場合 同相同期となる. T_d を大きくすることでカオスとなり, さらに T_d を大きくすると逆相同期へと変化することを確認した.

回路実験において, 図4および図5のコンピュータシミュレーションと同様の結果となった.

4. まとめ

本研究では, 2つのカオス回路を抵抗により結合し, 結合に遅延を含んだ回路について, コンピュータシミュレーションおよ

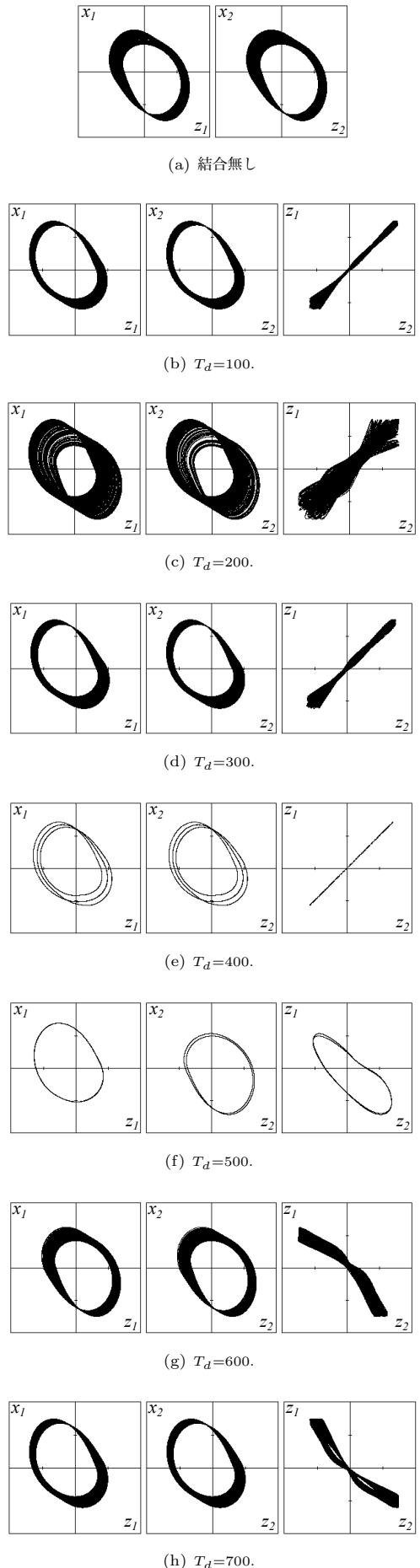


図5 $\alpha = 0.350$ の場合の $x_1 - z_1$, $x_2 - z_2$ および $z_1 - z_2$ 平面上の状態の変化.

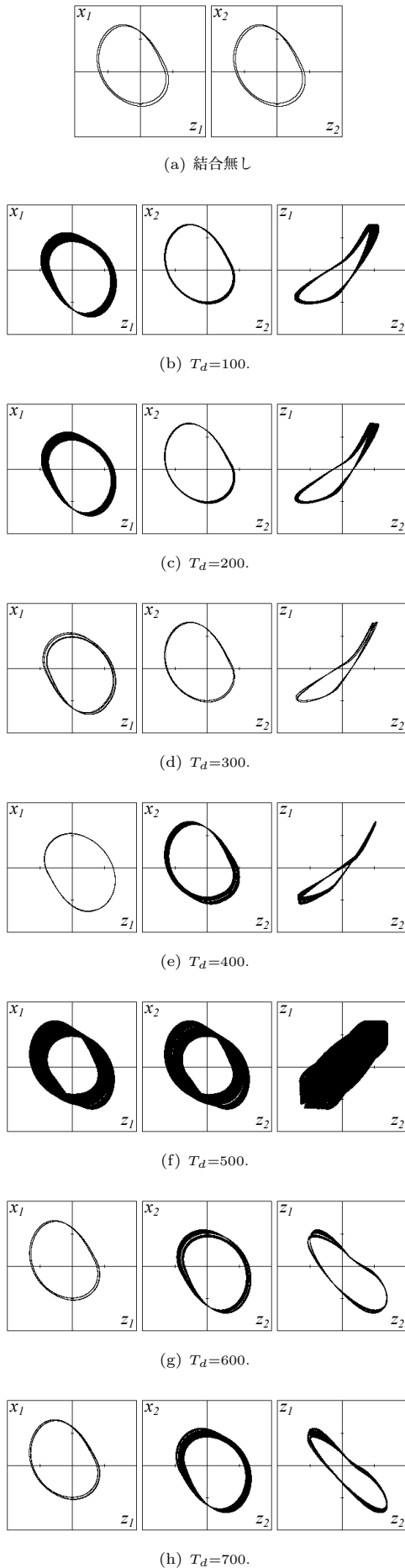
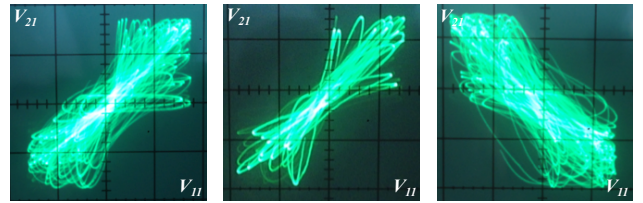
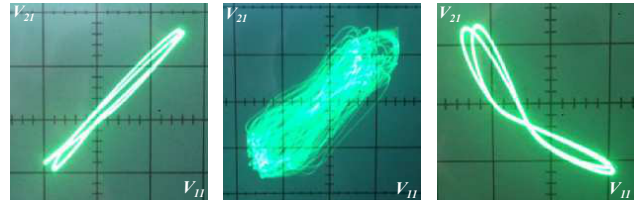


図6 $\alpha = 0.300$ の場合の $x_1 - z_1$, $x_2 - z_2$ および $z_1 - z_2$ 平面上の状態の変化。



(a) $T_d=100, T_c=100$. (b) $T_d=150, T_c=100$. (c) $T_d=330, T_c=100$.

図7 カオスが強い場合の $z_1 - z_2$ 平面上の状態の変化。



(a) $T_d=100, T_c=100$. (b) $T_d=200, T_c=100$. (c) $T_d=214, T_c=100$.

図8 カオスが弱い場合の $z_1 - z_2$ 平面上の状態の変化。

び回路実験により調査を行った。結合に含まれる遅延時間を変化させることで、それぞれの回路のカオスの状態が変化することおよび、同期状態が同相同期からカオスとなり、逆相同期へと変化することを確認した。

文 献

- [1] Y. Nishio and A. Ushida, "Chaotic Wandering and its Analysis in Simple Coupled Chaotic Circuits," IEICE Trans. Fundamentals, vol. E85-A, no. 1, pp. 248-255, 2002.
- [2] G. Abramson, V.M. Kenkre and A.R. Bishop, "Analytic Solutions for Nonlinear Waves in Coupled Reacting Systems," Physica A: Statistical Mechanics and its Applications, vol. 305, no. 3-4, pp. 427-436, 2002.
- [3] I. Belykh, M. Hasler, M. Lauret and H. Nijmeijer, "Synchronization and Graph Topology," Int. J. Bifurcation and Chaos, vol. 15, no. 11, pp. 3423-3433, 2005.
- [4] M. Wada, Y. Nishio and A. Ushida, "Analysis of Bifurcation Phenomena in Two Chaotic Circuits Coupled by an Inductor," IEICE Trans. Fundamentals, vol. E80-A, no. 5, pp. 869-875, 1997.
- [5] T. Maruyama, Y. Nishio, N. Inaba, S. Mori and S. Mori, "Chaos in an Auto Gain Controlled Oscillator Containing Time Delay" Transactions of IEICE (in Japanese), vol. J72-A, no. 11, pp. 1814-1820, Nov. 1989.
- [6] T. Oguchi, "Stability and Synchronization in Networks of Time-delayed Coupled Nonlinear Systems" (Special Issue, Network Dynamics and its Applications), Institute of Systems, Control and Information Engineers, 53.8, 323-329, 2009.
- [7] Y. Nishio, N. Inaba, S. Mori and T. Saito, "Rigorous Analyses of Windows in a Symmetric Circuit," IEEE Transactions on Circuits and Systems, vol. 37, no. 4, pp. 473-487, Apr. 1990.
- [8] R. Stoop, P. Benner and Y. Uwate, "Real-World Existence and Origins of the Spiral Organization of Shrimp-Shaped Domains," Phys. Rev. Lett., 105, 074102, Aug. 2010.