ー次元座標上に配置されたカオス回路ネットワークにみられる 同期現象について

塩本 純† 上手 洋子† オットトーマス†† 西尾 芳文†

† 徳島大学工学部 〒 770−8506 徳島県徳島市南常三島 2−1 †† チューリッヒ応用科学大学

E-mail: *†{shiomoto,uwate,nishio}@ee.tokushima-u.ac.jp, ††thomas.ott@zhaw.ch*

あらまし本研究では, 結合カオス回路を用いた同期現象について調査を行う.まず, 一次元座標上に配置したカオス 回路を抵抗によって完全結合する.回路の数は常に偶数個とし, システムが対称となるようなシステムの調査を行う. 回路間の距離を変化させ, 結合強度を調節できるようにする.システムの中央の回路間の距離を固定し, 左右対称に二 つのグループとなるようにした後, グループ内の回路間の距離を変化させた場合や, 全体の回路の数を変えた時に起こ る同期現象について調査を行った.また, コンピュータシミュレーションを用いて中央の回路間の位相差を測定し, 考 察を行った.

キーワード 同期現象, カオス回路, クラスタリング

Synchronization Phenomena in Complex Networks Arranged on One-dimensional Coordinate

Jun SHIOMOTO[†], Yoko UWATE[†], Thomas OTT^{††}, and Yoshifumi NISHIO[†]

[†] Electrical and Electronic Engineering, Tokushima Univesity

2–1, Minami Josanjima, Tokushima 770–8506, Japan

^{††} Einsiedlerstrasse 31a, 8820 Waedenswil, Switzerland

E-mail: *†*{shiomoto,uwate,nishio}@ee.tokushima-u.ac.jp, *†*†thomas.ott@zhaw.ch

Abstract In this study, we investigate synchronization phenomena of coupled chaotic circuit. First, we combine chaotic circuits by resistors on one-dimensional coordinate system. The number of the circuits is always an even number and we investigate symmetry systems. We change the distance between the circuits to adapt the coupling strength. The distance between the center circuits is fixed. After they are divided to two symmetry groups, we investigate synchronization phenomena when the distance between the circuits or the number of the circuits in the group is changed. Also, we measure the phase difference between the center circuits using computer simulations. **Key words** Synchronization, Chaotic Circuit, Clustering

1. まえがき

同期現象とは、自然界において観測される典型的な現象のひ とつであり、近年、結合カオス回路の同期現象に関する多くの 研究が行われてきている[1]-[5].特に同期現象は、自然界にお いては生物に関わることが多いというのが特徴であり、ホタル の発光や心臓の心筋細胞の振動の同期などが挙げられる.また、 同期現象の利点は、ひとつひとつのパワーが小さくても、うま く同期することでより大きなパワーが生み出せるという点にあ る.この性質を利用すれば様々な分野に応用が可能であると考 えられる.生物学の分野において例を挙げると、心臓の心筋細 胞の同期をコントロールできるようになれば心臓のペースメー カーも作ることが可能であり、これは実際に医療器具として用 いられている.よって本研究では、工学の分野だけでなく、生物 学や医療の分野にも応用が可能である結合カオス回路の同期現 象を解析することを目的とする.

我々の研究グループでは,過去に二次元座標上に配置された 結合カオス回路を用いた研究を行っている[6],[7].二次元座標 上に配置したカオス回路を完全結合し,回路間の距離や回路配 置の密度を変化させ,同期現象やクラスタリングについて調査 するという内容の研究である.この研究では,近い距離に配置 したカオス回路どうし同相同期が観測され,遠くの距離の回路

-1 -

とは非同期という結果であった. さらに, 結合カオス回路のネッ トワーク中に, カオス回路の距離に応じていくつかのクラスタ が形成されており, 結合強度を変化させることによりクラスタ の数も変化するといった興味深い結果を得ることができた. し かし, 二次元座標上では少し複雑なため, 本研究ではより詳細な 調査を行うため, 一次元座標上における同期現象についての調 査を行う. 一次元座標上に配置されたカオス回路を抵抗によっ て完全結合する. その際, 距離によって結合強度が変わるよう に抵抗値をを設定する. そして, 中央の回路間の距離を固定し, 左右対称に二つのグループとなるようにした後, グループ内の 回路間の距離を変化させた場合や, 全体の回路の結合数を変え た時に起こる同期現象を観測し, 位相差の変化を調査する.

2. 回路モデル

図1に本研究で使用する回路モデルを示す[8]-[10]. この回路は西尾・稲葉回路と呼ばれている回路モデルである.



図1 回路モデル.

この回路は, キャパシタ, インダクタ, 負性抵抗, 二つのダイ オードで構成された非線形抵抗により構成されている. この非 線形抵抗の *I* – *V* 特性は式 (1) で示され, パラメータ *r*_d はダイ オードのオフ抵抗に対応している.

$$v_d(i_2) = \frac{r_d}{2} \left(\left| i_2 + \frac{V}{r_d} \right| - \left| i_2 - \frac{V}{r_d} \right| \right)$$
(1)

また回路のダイナミクスは次のような三次の区分線形常微分 方程式により表すことができる.

...

$$L_{1}\frac{di_{1}}{dt} = v + ri_{1}$$

$$L_{2}\frac{di_{2}}{dt} = v - v_{d}(i_{2})$$

$$C\frac{dv}{dt} = -i_{1} - i_{2}$$
(2)

式(2)中の各変数を、以下のように置き換えることによって、

$$\begin{split} i_1 &= \sqrt{\frac{C}{L_1}} Vx; \ i_2 = \frac{\sqrt{L_1C}}{L_2} Vy; \ v = Vz; \\ r\sqrt{\frac{C}{L_1}} &= \alpha; \ \frac{L_1}{L_2} = \beta; \ r_d \frac{\sqrt{L_1C}}{L_2} = \delta; \\ t &= \sqrt{L_1C}\tau; \quad ``\cdot " = \frac{d}{d\tau} \end{split}$$

式 (2) は正規化され, 以下のような式 (3) が得られる.

$$\dot{x} = \alpha x + z$$

$$\dot{y} = z - f(y) \qquad (3)$$

$$\dot{z} = -x - \beta y$$

また, 式中の f(y) は次のように記述できる.

$$f(y) = \frac{\delta}{2} \left(\left| y + \frac{1}{\delta} \right| - \left| y - \frac{1}{\delta} \right| \right)$$
(4)

図 2 に, この回路で観測されるカオスアトラクタを示す. 図 2(a) がコンピュータシミュレーションによる結果で, 図 2(b) が 回路実験による結果である. コンピュータシミュレーションで は, 各パラメータを $\alpha = 0.460, \beta = 3.0, \delta = 470$ のように設定 する. 回路実験による結果では, 各素子の値を $L_1 = 600[mH], L_2 = 200[mH], C = 6.8[\mu F]$ としている.



3. シミュレーション結果

初めに、本研究で使用する回路の配置図を図3図6に示す.



-2 -



回路の数は,4個,6個,8個,10個とし,それぞれ中央の回路 間の距離を1とする.そして,図中の*d*の大きさを変化させ,図 3図6それぞれについて,中央の回路間の位相差の変化を調査 する.

また, 配置したすべてのカオス回路は, 他のカオス回路と抵抗 で結合されている.結合方法は, カオス回路どうしを自己以外 の回路とすべて抵抗で結合された完全結合の場合を考える.

$$\frac{dx_i}{d\tau} = \alpha x_i + z_i$$

$$\frac{dy_i}{d\tau} = z_i + f(y)$$

$$\frac{dz_i}{d\tau} = -x_i - \beta y_i - \sum_{j=1}^N \gamma_{i,j}(z_i - z_j)$$

$$(i = 1, 2, \dots, N)$$
(5)

式 (5) 中の *i* は自己の回路を表し, パラメータ $\gamma_{i,j}$ は回路ど うしを結合する結合強度の値を表している. 今回のシミュレー ションでは, 結合強度の値を距離に応じて変化するように設定 し, $\gamma_{i,j}$ を求める式は次に示す.

$$\gamma_{i,j} = \frac{g}{(length_{i,j})^2}.$$
 (6)

式 (6) 中の g は, 結合強度を決めるための結合変数パラメー タである. 今回のシミュレーションの場合, g = 0.001 と設定し てある. また, $length_{i,j}$ は, i 番目と j 番目の間のユークリッド 距離を表している.

今回, グループ内の回路間の距離 dを, 0.08, 0.1, 0.2, 0.3, 0.4, 0.5 と変化させてシミュレーションを行った.図7図10にシ ミュレーションによる結果を示す.図7は回路の数が4個のと きの中央の回路間の位相差を表しており,図8,図9,図10につ いても同様に,6個,8個,10個の回路を用いた場合の位相差を 表している.

これらの結果より, グループ内の回路間の距離が 0.1 0.2 あ たりで位相差が最小になるといった結果が得られた.しかし, 6 個, 8 個, 10 個の回路を用いたときは, グループ内の回路間の距 離が 0.1 で位相差が最小になり, 距離が大きくなるにつれて位 相差も大きくなっているが, 4 個の回路を用いた場合の結果は グループ内の回路間の距離が 0.2 のときに位相差が最小になり, 距離を大きくしていくと 0.4 で再び位相差が小さくなっている のが分かる.

次に,今回のシミュレーションで得られた結果をまとめた表 とグラフを表1と図11にそれぞれ示す.

表1と図11の結果より,全体の回路の数が増えると位相差は 小さくなっている.回路の数を10個にすると,グループ内の回 路間の距離を大きくしてもそれほど位相差が変化していないこ とが分かる.

4. まとめ

本研究では,結合間の距離に応じて変化させた抵抗で,カオス 回路どうしを結合したネットワークで観測される同期現象につ いての調査を行った.また,回路間の位相差の調査も行った.コ ンピュータシミュレーションにより調査を行った結果,全体の 回路数が増えるにつれて中央の回路間の位相差は小さくなった. これは,今回の研究で用いたシステムが完全結合だったため,回 路数が増えると,他の回路との結合が増えるため,より同期に 近づこうとしたのではないかと考えられる.また,グループ内 の回路間の距離が 0.08 の時に位相差が大きく,距離が 0.1 から 0.2 あたりで位相差が最小になった後,距離が大きくなるにつれ て位相差も大きくなるという結果が得られた.これは,距離に よって結合強度が変化するため,距離が近すぎると結合強度が 大きくなりすぎてしまい,距離が遠すぎると結合強度が小さく なってしまうためであると考えられる.

今後の目標として、より細かい距離の変化でシミュレーショ ンを行うことや、今回のシミュレーションで測定することので きなかった回路の数や、回路間の距離でシミュレーションを行 うことが必要であると考えられる.また、グループの数を増や した時のシステムの挙動にも注目したい.

表1 中央の回路間の位相差 [°] グループ内の 回路間の距離 0.08 0.10.20.30.40.5回路の数 4 44.79635.72626.95036.22929.46030.324 回路の数6 28.25321.20522.18924.43129.30132.990 回路の数8 19.30714.39320.38723.57726.29933.273回路の数 10 15.91613.16617.83620.89622.30426.100



図 7 4 個の回路を用いたときの中央の回路間の位相差.





図 9 8 個の回路を用いたときの中央の回路間の位相差.

文 献

- [1] N.F. RullCkov and M.M. Sushchik, "Robustness of Synchronized Chaotic Oscillations," Int. J. Bifurcation and Chaos, vol. 7, no. 3, pp. 625-643, 1997.
- [2]M. Wada, Y. Nishio and A. Ushida, "Analysis of Bifurcation Phenomena in Two Chaotic Circuits Coupled by an Inductor," IEICE Trans. Fundamentals, vol. E80-A, no. 5, pp. 869-875, 1997.
- Y. Nishio and A. Ushida, "Chaotic Wandering and its Anal-[3] ysis in Simple Coupled Chaotic Circuits," IEICE Trans. Fundamentals, vol. E85-A, no. 1, pp. 248-255, 2002.
- [4] G. Abramson, V.M. Kenkre and A.R. Bishop, "Analytic Solutions for Nonlinear Waves in Coupled Reacting Systems," Physica A: vol. 305, no. 3-4, pp. 427-436, 2002.
- [5] I. Belykh, M. Hasler, M. Lauret and H. Nijmeijer, "Synchroniza- tion and Graph Topology," Int. J. Bifurcation and Chaos, vol. 15, no. 11, pp. 3423-3433, 2005.
- Y. Takamaru, H. Kataoka, Y. Uwate and Y. Nishio, "Clus-[6]tering Phenomena in Complex Networks of Chaotic Circuits", Proc. ISCAS'12, pp. 914-917, May 2012.
- Y. Takamaru, Y. Uwate, T. Ott and Y. Nishio, "Clustering [7] Phenomena in Complex Networks Coupled with a Resistors," Tech. Report of IEICE, no. NLP2012-8, pp. 41-44, Apr. 2012.



図 10 10 個の回路を用いたときの中央の回路間の位相差.



図 11 シミュレーション結果

- [8] Y. Nishio, N. Inaba, S. Mori and T. Saito, "Rigorous Analyses of Windows in a Symmetric Circuit," IEEE Transactions on Circuits and Systems, vol. 37, no. 4, pp. 473-487, Apr. 1990.
- C. Bonatto and J. A. C. Gallas, "Periodicity Hub and [9] Nested Spirals in the Phase Diagram of a Simple Resistive Circuit," Phys. Rev. Lett., vol. 101, id. 054101, Aug. 2008.
- R. Stoop, P. Benner and Y Uwate, "Real-World Existence [10]and Origins of the Spiral Organization of Shrimp-Shaped Domains," Phys. Rev. Lett., vol. 105, id. 074102, Aug. 2010.