非同期同時振動発振器のリング結合系に見られる同期現象

藤岡 沙織 帯楊 陽村 上手 洋子 西尾 芳文

† 徳島大学工学部 〒 105-0123 徳島県徳島市常三島 2-1
†† The Institute of Artificial Intelligence and Robotics., Xi'an Jiaotong University No. 28 Xianning-West-Road, Xi'an, China
E-mail: †{saori,uwate,nishio}@ee.tokushima-u.ac.jp, ††yyang@mail.xjtu.edu.cn

あらまし本研究では、インダクタでリング状に結合された2個の共振器を含む発振器から観測される波動現象を調査 した.結果として、コンピュータシミュレーションによりダブルモードとN相の非同期同時振動が安定して発生する ことが確認された.著者の知る限りでは、これまでにこれらの興味深い同期現象は発見されていない. **キーワード**同期現象、同時振動、硬い発振器

Synchronization phenomena

in a ring of coupled simultaneous oscillators

Saori FUJIOKA[†], Yang YANG^{††}, Yoko UWATE[†], and Yoshifumi NISHIO[†]

† Dept. Electrical and Electronic Eng., Tokushima University 2-1 Minami-Josanjima, Tokushima, Japan

†† The Institute of Artificial Intelligence and Robotics., Xi'an Jiaotong University

No. 28 Xianning-West-Road, Xi'an, China

E-mail: †{saori,uwate,nishio}@ee.tokushima-u.ac.jp, ††yyang@mail.xjtu.edu.cn

Abstract In this study, a ring of coupled simultaneous oscillators with two LC resonators is investigated. By computer simulations, asynchronous oscillations of double-mode and N-phase are confirmed to be stably generated. Careful observation reveals various interesting synchronization phenomena which have not reported before. **Key words** Synchronization phenomena, Simultaneous oscillation, Hard oscillator

1. 序 論

自然界には様々な同期現象があふれている.例として、ホタ ルの発光、振り子の動きやカエルの合唱などが挙げられる.こ れらは同期現象の代表的なものである.非線形抵抗を含む発振 器において、非線形抵抗が5次の電圧電流特性を持つ場合、発 振器は発振しにくいことが知られている[1][2].この場合発振 を促すためには、初期値に原点から遠ざけた値、つまり漸近安 定である領域を超えた電圧を印加する必要がある.Datardina とLinkens はインダクタで結合された硬い非線形性を持つ同 ーの発振器を調査し、3次特性の場合では観測されなかった非 共振のダブルモード振動を確認した[3].同様に、いくつかのパ ラメータ範囲内において4種類の異なる発振(発振停止、どち らか一方のみ発振、ダブルモード)が共存することを確認した. 1954年、Schaffnerは2個の自由度を持つ発振器では5次の非 線形特性を持つ場合、2種類の異なる周波数を持ち尚且つ同時 に発振することを発見した[4]. 倉光もまた,3個もしくはそれ 以上の自由度を持つ発振器による同時振動を理論的に調査して おり、回路実験で3種類の異なる周波数を持つ同時振動の発生 を確認している [5]. 同時振動は代表的な非線形現象のひとつで あり,自然科学の分野では様々な高次元システムで調査されて いる.しかしながら,近年の研究では著者の知る限り[6],[7]の 研究を除いて同時振動に関する基礎的なメカニズムの多くは解 明されていない.これまでの研究では、2個もしくはそれ以上 の硬発振器をラダー状に結合した系にみられる同期現象に関す る調査を行ってきた [8]- [10]. これらの調査では、非同期ダブル モード振動を含む様々な同期現象を観測し,更には波動現象に 関する興味深い結果を得ることができた.本研究では、インダク タでリング状に結合された2個の共振器を含む発振器から観測 される波動現象を調査した.研究手法にはコンピュータシミュ レーションを用い、ダブルモードと N 相の非同期同時振動が安 定して発生することを確認した. 著者の知る限りでは, これま



図1 2個の共振器を含む硬い発振器をリング状に結合した系

でにこれらの興味深い同期現象は発見されていない.

2. 回路モデル

本研究で使用した回路モデルを図1に示す.この回路はイン ダクタで結合された2個のLC共振器を含み、なおかつ硬い非 線形性を持つN個の発振器で構成されている.本研究に用い られる非線形抵抗の5次特性の式を以下に示す.

$$i_R(v) = g_1 v - g_3 v^3 + g_5 v^5$$
 $(g_1, g_3, g_5 > 0).$ (1)

上下に結合された2つの共振器は異なる周波数を持つ.結合された発振器の式を以下に示す.

$$\begin{cases} C_1 \frac{dv_{j1}}{dt} = -i_{j1} - i_{Rj} - i_{Cj} + i_{C,j-1} \\ C_2 \frac{dv_{j2}}{dt} = -i_{j2} - i_{Rj} - i_{Cj} + i_{C,j-1} \\ L_1 \frac{di_{j1}}{dt} = v_{j1} \\ L_2 \frac{di_{j2}}{dt} = v_{j2} \quad (j = 1, 2, \cdots, N), \end{cases}$$

$$(2)$$

結合インダクタに流れる電流 i_{Ci}の式は以下のように導かれる.

$$i_{Cj} = \frac{L_1(i_{j1} - i_{j+1,1}) + L_2(i_{j2} - i_{j+1,2})}{L_C}.$$
(3)

非線形抵抗に流れる電流 i_{Rj} は以下のように表される.

$$i_{Rj} = i_R(v_{j1} + v_{j2}). (4)$$

以下に示すパラメータと変数の変換を行い,

$$v_{mn} = \sqrt[4]{\frac{g_1}{5g_5}} x_{mn}, \quad i_{mn} = \sqrt[4]{\frac{g_1}{5g_5}} \sqrt{\frac{C_1}{L_1}} y_{mn},$$
$$\alpha_C = \frac{C_1}{C_2}, \quad \alpha_L = \frac{L_1}{L_2}, \quad \gamma = \frac{L_1}{L_C}, \quad (5)$$

$$\varepsilon = g_1 \sqrt{\frac{L_1}{C_1}}, \quad \beta = \frac{3g_3}{g_1} \sqrt{\frac{g_1}{5g_5}}, \quad t = \sqrt{L_1 C_1} \tau$$
.

式(2)は以下のように正規化される.

$$\begin{pmatrix}
\frac{dx_{j1}}{d\tau} = -y_{j1} - f(x_{j1} + x_{j2}) - y_{Cj} + y_{C,j-1} \\
\frac{dx_{j2}}{d\tau} = \alpha_C \{-y_{j2} - f(x_{j1} + x_{j2}) - y_{Cj} + y_{C,j-1}\} \\
\frac{dy_{j1}}{d\tau} = x_{j1} \\
\frac{dy_{j2}}{d\tau} = \alpha_L x_{j2} \qquad (j = 1, 2, \cdots, N),
\end{cases}$$
(6)

ic に対応する yc は以下のように導かれる.

$$y_{Cj} = \gamma \left(y_{j1} - y_{j+1,1} + \frac{y_{j2} - y_{j+1,2}}{\alpha_L} \right).$$
(7)

また,正規化した式中で使用される5次の非線形特性を含んだ f(·)を以下に示す.

$$f(x) = \varepsilon \left(x - \frac{\beta}{3} x^3 + \frac{1}{5} x^5 \right).$$
(8)

3. 実験結果

この節では、いくつかのコンピュータシミュレーションの結 果を示す.始めに、ここでの結果は5個の発振器を結合した結合 発振器から得られたものである.図2にこの回路モデルから得 られる代表的な結果を示す.図2(a)は10個の共振器からそ れぞれ観測されたアトラクタである.ここで、上図は上側の共 振器に対応しており、それぞれのアトラクタの形がトーラスで あることが分かる.このことから、上側の共振器でダブルモー ドの発生が確認できたと言える.一方下図は下側の共振器と一 致しており、単一の周波数持つ.図2(b)では、隣あう左右の共 振器の位相差を示している.図2(a)と同様に上図は上側、下 図は下側の共振器にそれぞれ対応している.上図では、共振器 同士が同相で同期しており、また下図でも同期が確認できるが、 こちらは複数の周波数を持つ.図2(c)は上下に位置する共振 器同士の位相差を示す.同期状態が確認できないことから上下 の共振器の関係は非同期同時振動であると言える.次に図3は



図 2 5個の発振器を結合した結合発振器から得られる代表的な結果 $\alpha_C = 0.8$, $\alpha_L = 1.0$, $\gamma = 0.3$, $\varepsilon = 0.3$, and $\beta = 3.5$. (a) 10個の共振器のアトラクタ. Horizontal: x_{jk} . Vertical: y_{jk} . (b) 10個の共振器の位相差. Horizontal: $x_{j+1,k}$. Vertical: x_{jk} . (c) 10個の共振器の位相差. Horizontal: x_{j2} . Vertical: x_{j1} .



図 3 10個の共振器の時間波形 $\alpha_C = 0.8$, $\alpha_L = 1.0$, $\gamma = 0.3$, $\varepsilon = 0.3$, and $\beta = 3.5$.

10個の共振器の電圧の時間波形を示した図である.図3(b) は図3(a)を拡大したものである.これらの結果から,上側の 共振器ではダブルモードが発生しており,ビートラインが5相 で振動しているのが確認できる.さらに,それぞれの波形をみ ると同相で同期しており,一定な振幅で振動している.また,下 側の共振器でもほぼ一定の振幅で5相に発振している.ここで, 上下の共振器では基本的な振動周波数が異なることに注意した い.つまりこれは上下の共振器同士が非同期であることを示し ている.我々の知る限り,これらの複雑な現象はこれまで発表 されていない.自然界における高度な非線形現象への理解を深 める上で,本研究が重要となると著者は考える.

3.1 結合強度による変化

続いて,結合強度 γ を変えることによる影響について調査 を行った.その他のパラメータは図2,3と同じ値に固定する. 図4は γ の値を増やすことによって,10個の共振器の電圧の 時間波形が変化していく様子を示している.上側の共振器では ビート発振が値を変えることにより,だんだん弱くなっている ことが分かる.最終的には,図4 (c)から分かるようにシンプル な同相同期に落ち着いている.一方で下側の共振器では,最初 は図4 (b)のような弱いダブルモードが確認出来るが,図4 (c) から分かるように最終的にはほとんど振幅がゼロに近い.

3.2 固有振動数の比率による変化

次に、固有振動数の比率 α_C を変化させることにより起こる 影響について調査を行った.その他のパラメータは図2、3と 同じ値に固定する.図5は α_C の値を増やすことによって、1 0個の共振器の電圧の時間波形が変化していく様子を示してい る.上側の共振器ではビート発振が固有振動数の値を変えるこ とによりだんだん変化していくことが分かる.一方5相で振動 している下側の共振器では、固有振動数の変化による影響はみ



図 4 結合強度を変化させた10個の共振器の時間波形. (a) γ = 0.35.
 (b) γ = 0.4. (c) γ = 0.5.

られなかった.

4. 発振器の数を増やした場合

最後に発振器の数を増やしたシミュレーション結果を示す. 図6は,発振器を7個結合した場合に得られる代表的な非同期 振動の結果を示している.一方図7は15個の発振器をつないだ 結合発振器から得られた電圧の時間波形を示している.結果と して我々が予測した通り,これらのような拡張した回路からも, 上側の共振器からはダブルモード,下側の共振器からは N 相の 振動を確認することができた.さらに上側の共振器では,やは りダブルモードを形成するビートラインが7相,もしくは15 相で発振することを確認した.

5. 結 論

本研究では、インダクタでリング状に結合された2個のLC 共振器を含む発振器から観測される波動現象を調査した.研究 手法にはコンピュータシミュレーションを用い、ダブルモードと N相の非同期同時振動が安定して発生することを確認した.さ らに結合強度や固有振動数の比率を示すパラメータを変化させ、 現象の変化とその影響に関しても調査を行った.また、フュー



図 5 固有振動数の比率を変化させた10個の共振器の時間波形. (a) $\alpha_C = 0.5$. (b) $\alpha_C = 0.7$. (c) $\alpha_C = 0.85$.

チャーワークとして、3個もしくはそれ以上の数の共振器を用 いた回路モデルの解析を行う予定である.

文

献

- C. Hayashi, Nonlinear oscillations in physical systems, Princeton Univ. Press, p. 367, 1984.
- [2] V.I. Arnold, Geometrical methods in the theory of ordinary differential equations, Springer-Verlag, pp. 270-272, 1988.
- [3] S.P. Datardina and D.A. Linkens, "Multimode oscillations in mutually coupled van der Pol type oscillators with fifth-power nonlinear characteristics," IEEE Trans. Circuits Syst., Vol. 25, No. 5, pp. 308-315, May 1978.
- [4] J. Schaffner, "Simultaneous oscillations in oscillators," IRE Trans. Circuit Theory, Vol. 1, pp. 2-81, Jun. 1954.
- [5] M. Kuramitsu and F. Takase, "Averaged potential analysis of multi mode oscillators with hard operating conditions," IEICE Technical Report on NLP, Vol. 81, No. 13, pp. 1-10, Sep. 1981.
- [6] M. Matsuki and S. Mori, "Asynchronous simultaneous oscillations in negative resistance oscillatory circuit containing periodically operating analog switch," IEICE Technical Report on CAS, Vol. 101, pp. 81-87, Jun. 1993.
- [7] M. Matsuki and S. Mori, "Asynchronous excitation phenomena in negative resistance oscillatory circuit containing periodically operating analog switch," IEICE Technical Report on NLP, Vol. 94, pp. 51-58, May 1994.
- [8] Y. Nishio, Y. Yang and Y. Uwate, "Synchronization phenomena in simultaneous oscillators coupled by an inductor,"



図 6 7個の発振器を結合した結合発振器によるダブルモードと7相の 同時振動 $\alpha_C = 0.8$, $\alpha_L = 1.0$, $\gamma = 0.3$, $\varepsilon = 0.3$, and $\beta = 3.5$. (a) 14個の共振器のアトラクタ. Horizontal: x_{jk} . Vertical: y_{jk} . (b) 14個の共振器の位相差. Horizontal: $x_{j+1,k}$. Vertical: x_{jk} . (c) 14個の共振器の位相差. Horizontal: x_{j2} . Vertical: x_{j1} . (d) 14個の共振器の時間波形.



図 7 15個の発振器を結合した結合発振器によるダブルモードと1 5相の同時振動 $\alpha_C = 0.8$, $\alpha_L = 1.0$, $\gamma = 0.3$, $\varepsilon = 0.3$, and $\beta = 3.5$.

Proceedings of NCSP'11, pp. 147-150, Mar. 2011.

- [9] S. Fujioka, Y. Yang, Y. Uwate and Y. Nishio, "Double-mode simultaneous oscillation in three coupled hard oscillators," Proceedings of NCSP'12, pp. 72-75, Mar. 2012.
- [10] S. Fujioka, Y. Yang, Y. Uwate and Y. Nishio, "Two kinds of waves in a ladder of coupled simultaneous oscillators," Proceedings of NDES'12, pp. 232-236, Jul. 2012.