

# 逆向きに抵抗結合された伝送線路を含むチュア回路の解析

近藤 直弥<sup>†</sup> 上手 洋子<sup>†</sup> 西尾 芳文<sup>†</sup>

<sup>†</sup>徳島大学 工学部 電気電子工学科  
 〒770-8506 徳島県徳島市南常三島町 2-1

E-mail: {konnao, uwate, nishio}@ee.tokushima-u.ac.jp

**あらまし** 我々は過去の研究において、伝送線路を含むカオス回路を同じ向き、あるいは、逆向きに配置し、LCによるクロストーク結合を考慮した場合、回路が同期するかどうか、また、同期するならば結合の強さにどのような関係があるのかを調べてきた。本研究では、逆向きに配置した伝送線路を含むカオス回路の線路部を、抵抗で結合した場合に、どのような同期現象がみられるのかを計算機シミュレーションで調査する。

**キーワード** カオス回路, チュア回路, 伝送線路, カオス同期

## Analysis of Chua's Circuits with Transmission Lines Coupled Resistively in Opposite Direction

Naoya KONDO<sup>†</sup> Yoko UWATE<sup>†</sup> and Yoshifumi NISHIO<sup>†</sup>

<sup>†</sup> Dept. of E.E. Eng., Tokushima University, 2-1 Minami-Josanjima, Tokushima 770-8506, JAPAN

E-mail: {konnao, uwate, nishio}@ee.tokushima-u.ac.jp

**Abstract** We have investigated synchronization phenomena of chaotic circuits with transmission lines coupled by parallel transmission lines located in the same direction or reverse direction. In this study, we investigate two Chua's circuits with transmission lines located in opposite direction when the lines are coupled by resistors.

**Keyword** Chaotic circuits, Chua's circuit, Transmission lines, Chaos synchronization

### 1. まえがき

信号回路などの動作周波数の超高速化に伴い、回路内の配線を伝送線路として取り扱う必要性が高まっているが、カオスなどの不規則性をもつ信号が、伝送線路を通じた結合によりどのような影響を受けるかについてはほとんど調査されていない。我々は、過去の研究において、伝送線路を含むカオス回路が、線路のクロストークによる結合により、どのような同期現象を発生するかについて調査してきた。クロストーク結合をLとCによる結合でモデル化したときに、回路の向きが同じ向きでも逆向きでも、結合する強さにより回路同士が、同相同期や逆相同期で同期するところを確認している[1][2].

本研究では、伝送線路を含むカオス回路を逆向きに配置し、線路を抵抗のみで結合したときに、どのような同期現象が見られるかを計算機シミュレーションにより調査する。さらに、結合の位置と数を変化させたときに、同期がどのように変化するかについても調査を行う。

### 2. 伝送線路を含むカオス回路

今回の計算機シミュレーションでは、チュア回路の

LC共振回路を伝送線路で置き換えた回路を基本回路モデルとした。

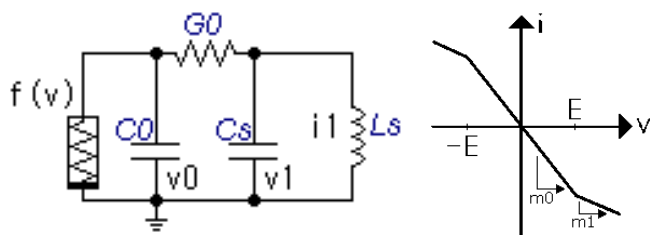


図1. チュア回路と非線形素子の電圧電流特性

$$f(v) = \begin{cases} m_1(v - E) + m_0E & (v > E) \\ m_0v & (|v| \leq E) \\ m_1(v + E) - m_0E & (v < -E) \end{cases}$$

伝送線路の等価回路を10段のキャパシタとインダクタのラダー回路で近似すると、図2のようになる。

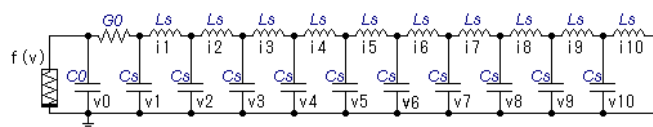


図2. 伝送線路を含むチュア回路の等価回路

$$\begin{cases} C_0 \frac{dv_0}{dt} = -G_0(v_0 - v_1) - f(v_0) \\ C_s \frac{dv_k}{dt} = i_{k-1} - i_k \quad (k = 1, 2, \dots, 10) \\ L_s \frac{dy_k}{dt} = v_k - v_{k+1} \end{cases}$$

$$f(v_0) = m_1 v_0 - (m_0 - m_1) \cdot \frac{|v_0 - E| - |v_0 + E|}{2}$$

### 3. 逆向きに抵抗結合した伝送線路を含むカオス回路

図3に、本研究で対象とする伝送線路を含むチュア回路の逆向き抵抗結合モデルを示す。

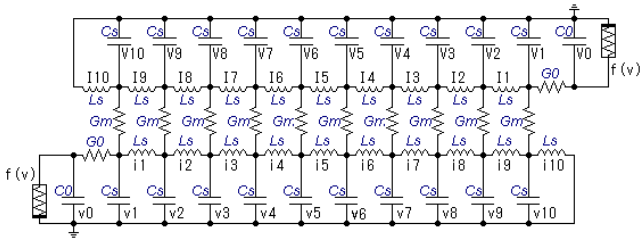


図3. 伝送線路を含むチュア回路の等価回路の抵抗結合モデル

図3の回路方程式は、下記のようになる。

$$\begin{cases} \text{回路①} \\ \text{回路②} \end{cases} \begin{cases} \dot{x}_0 = -(x_0 - x_1) - f(x_0) \\ \dot{x}_k = \alpha\{(y_{k-1} - y_k) - \gamma_G(x_k - X_{11-k})\} \\ \dot{y}_k = \beta(x_k - x_{k+1}) \\ \dot{X}_0 = -(X_0 - X_1) - f(X_0) \\ \dot{X}_k = \alpha\{(Y_{k-1} - Y_k) - \gamma_G(X_k - x_{11-k})\} \\ \dot{Y}_k = \beta(X_k - X_{k+1}) \end{cases} \quad (k = 1, 2, \dots, 10)$$

$$f(x) = b x_0 - (a - b) \cdot \frac{|x_0 - 1| - |x_0 + 1|}{2}$$

ただし、

$$\begin{aligned} \frac{d}{dt} &= \frac{G_0}{C_0} \cdot \frac{d}{dt}, v_0 = E x_0, V_0 = E X_0, \\ v_k &= E x_k, V_k = E X_k, i_k = G_0 E y_k, I_k = G_0 E Y_k, \\ y_0 &= x_0 - x_1, Y_0 = X_0 - X_1, x_{11} = X_{11} = 0 \\ a &= \frac{m_0}{G_0}, b = \frac{m_1}{G_0}, \alpha = \frac{C_0}{C_s}, \beta = \frac{C_0}{G^2 L_s}, \gamma_G = \frac{G_m}{G_0} \end{aligned}$$

であり、本研究では、 $a = -1.25, b = -0.75, \alpha = 0.5, \beta = 15.0$ と固定し、結合パラメータ $\gamma_G$ を可変とし、計算機シミュレーションにより、チュア回路の振る舞いを調べた。

また、回路が同期するかどうかを理論的に調査するために、回路方程式より同期平面を表す方程式を導き、その安定性を判定した。

まず、同相同期状態について調べるため、回路①の式から回路②の式を引いたもの、すなわち $\hat{x}_0 = x_0 - X_0, \hat{x}_k = x_k - X_k, \hat{y}_k = y_k - Y_k$ を変数とする以下の微分方程式は同相同期の同期平面からの変位を表す式となるため、この式の原点( $\hat{x}_0 = \hat{x}_k = \hat{y}_k = 0$ )におけるヤコビ行列の安定性解析により、同相同期の安定性を判定する。

$$\text{同相同期} \begin{cases} \hat{x}_0 = \begin{cases} (-1-a)\hat{x}_0 + \hat{x}_1 & : |x_0| < 1 \\ (-1-b)\hat{x}_0 + \hat{x}_1 & : |x_0| > 1 \end{cases} \\ \hat{x}_k = \alpha\{(\hat{y}_{k-1} - \hat{y}_k) - \gamma_G(\hat{x}_k + \hat{X}_{11-k})\} \\ \hat{y}_k = \beta(\hat{x}_k - \hat{x}_{k+1}) \end{cases}$$

同様に、逆相同期状態について調べるため、回路①の式に回路②の式を足し合わせたもの、すなわち $\hat{x}_0 = x_0 + X_0, \hat{x}_k = x_k + X_k, \hat{y}_k = y_k + Y_k$ を変数とする以下の微分方程式は逆相同期の同期平面からの変位を表す式となるため、この式の原点( $\hat{x}_0 = \hat{x}_k = \hat{y}_k = 0$ )におけるヤコビ行列の安定性解析により、逆相同期の安定性を判定する。

$$\text{逆相同期} \begin{cases} \hat{x}_0 = \begin{cases} (-1-a)\hat{x}_0 + \hat{x}_1 & : |x_0| < 1 \\ (-1-b)\hat{x}_0 + \hat{x}_1 & : |x_0| > 1 \end{cases} \\ \hat{x}_k = \alpha\{(\hat{y}_{k-1} - \hat{y}_k) - \gamma_G(\hat{x}_k - \hat{X}_{11-k})\} \\ \hat{y}_k = \beta(\hat{x}_k - \hat{x}_{k+1}) \end{cases}$$

### 4. カオス同期

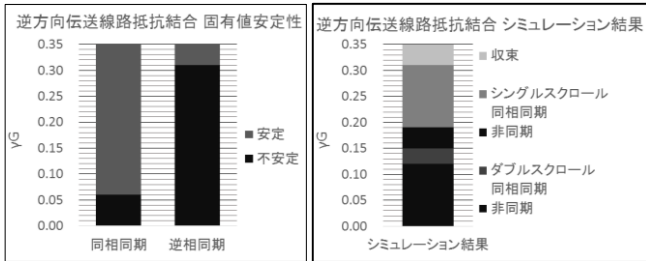
本実験の実験手法は、計算機シミュレーションにより図3の回路方程式を計算し、結合パラメータ $\gamma_G$ を変化させたときのカオスアトラクタの振る舞いと同期する条件を調査、そして、同期平面から判別した安定性解析により、同相同期の安定と不安定と逆相同期の安定と不安定がシミュレーション上の結果と比較したときどのようなことを示しているのかを調べた。

#### 4.1. 逆方向伝送線路の抵抗全結合

まず図3のように、伝送線路のすべてのキャパシタが抵抗で結合している場合の逆方向伝送線路抵抗結合のシミュレーション結果と安定性解析の結果は以下のようなになった。

図4,図5に結果を示す。図4からわかるように、同期平面の安定性が同相同期と逆相同期で共に不安定となるとき、シミュレーション上では同期を見ることはできなかった。また、安定性の同相同期が安定で逆相同期が不安定であるとき、ダブルスクロールとシングルスクロールのアトラクタで同相同期をしていること

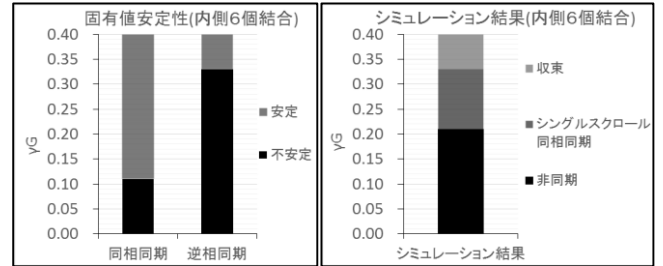
が見ることができた。そして、安定性の同相同期と逆相同期の両方が安定となったとき、アトラクタは収束することがわかった。



(a)固有値安定性結果 (b)シミュレーション結果

図4. 逆方向伝送線路の抵抗全結合の結果

と周期アトラクタでのみ同相同期が見られ、ダブルスクロールアトラクタでは同相同期は見られなくなった。



(a)固有値安定性結果 (b)シミュレーション結果

図7. 抵抗内側6個結合の結果

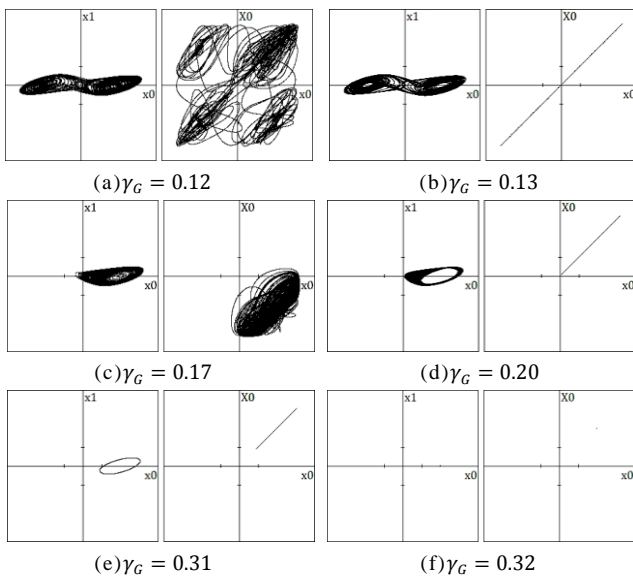


図5. 抵抗全結合のカオスアトラクタ

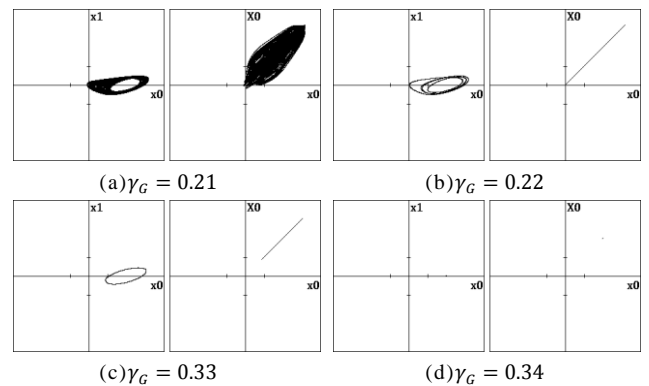


図8. 抵抗内側6個結合のカオスアトラクタ

### 4.2. 逆方向伝送線路内側の抵抗結合

次に、伝送線路のキャパシタの内、内側の6個のみを抵抗で結合した場合(図6参照)について調べる。

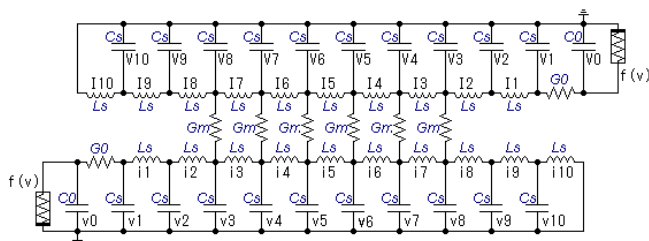


図6. 逆方向伝送線路の抵抗内側6個結合

図7,図8に結果を示す。伝送線路外側の抵抗結合が減ったため、同期に必要な結合強度 $\gamma_G$ が大きくなったことがわかる。さらに、シングルスクロールアトラク

### 4.3. 逆方向伝送線路外側の抵抗結合

次に、伝送線路のキャパシタの内、外側の6個のみを抵抗で結合した場合(図9参照)について調べる。

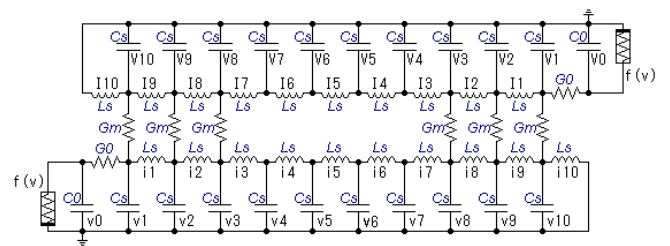
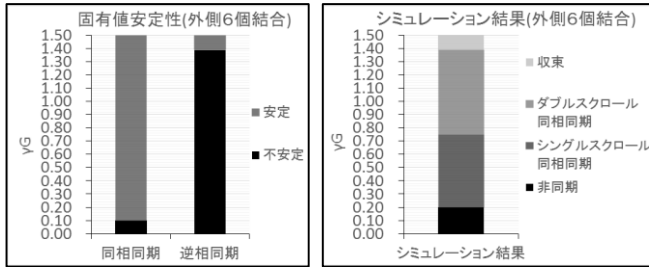


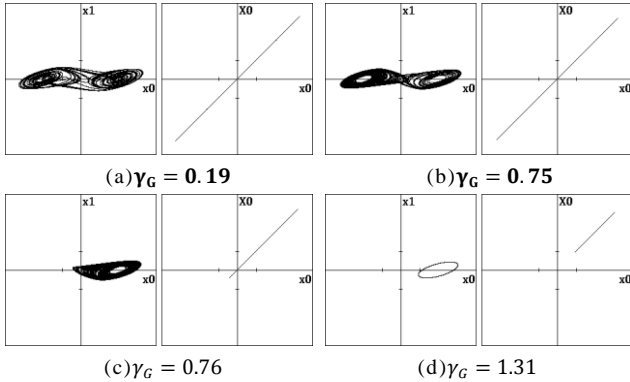
図9. 逆方向伝送線路の抵抗外側6個結合

図10,図11に結果を示す。伝送線路内側の抵抗結合が減ったため、前節の結果と同様に、同期に必要な結合強度が大きくなった。特に、逆相同期が安定となる結合強度 $\gamma_G$ が極めて大きくなったため、収束に必要な結合強度 $\gamma_G$ もあわせて大きくなることがわかった。



(a)固有値安定性結果 (b)シミュレーション結果

図 10. 抵抗外側 6 個結合の結果



(a) $\gamma_G = 0.19$  (b) $\gamma_G = 0.75$   
(c) $\gamma_G = 0.76$  (d) $\gamma_G = 1.31$

図 11. 抵抗外側 6 個結合のカオスアトラクタ

## 5. あとがき

本研究では、伝送線路を含むカオス回路の逆向き抵抗結合について調査した。LC で結合したときと同様に、カオス回路同士が同相同期することを確認することができた。一般に、回路の異なる部分を抵抗で結合したような系は、同期しにくいと考えられるが、本研究の結果より、広いパラメータ領域で同相同期が見られることが確認できた。

また、結合抵抗の数を減らすほど、より大きな結合強度で同期し、またその影響は、同相同期と逆相同期とで異なることも確認できた。

本研究の結果が、伝送線路を含む信号回路の解析手法などの発展に役立ち、また、分布定数回路を含むカオス回路の同期現象の解明に貢献することを期待している。

## 文 献

- [1] Yuki Nakaaji and Yoshifumi Nishio, "Synchronization of Chaotic Circuits with Transmission Line", Proc. of NCSP'06, pp. 353-356, Mar. 2006.
- [2] Yuki Nakaaji and Yoshifumi Nishio, "Synchronization of Chaotic Circuits Linked by Cross Talk", Proc. of NOLTA'06, pp. 43-46, Sep. 2006.