

環状結合カオス回路で観測される3周期解とカオス解の衝突 Collision between Three-Periodic and Chaotic Attractors observed in Coupled Chaotic Circuits

上手 洋子[†] 西尾 芳文[†]
[†]徳島大学 工学部 電気電子工学科

Yoko UWATE[†] Yoshifumi NISHIO[†]

[†]Dept. of Electrical and Electronic Engineering, Tokushima University

1 はじめに

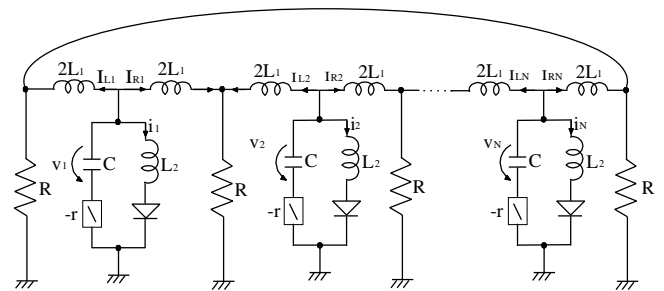
カオス回路における同期とその前後にみられる分岐現象は、自然科学における高次の非線形現象を説明する優れたモデルである。特にカオス同期の崩壊は非常に興味深い現象であり、多くの研究者によってそれらのメカニズムが明らかにされてきた [1]-[8]。しかしながら、カオス同期に関する多くの現象にはその他の非線形現象と同様にまだ不明瞭な点がある。したがって、このような現象を理解し有効に利用するためには、それらの発見・モデル化・研究・調査が非常に重要である。

一方、結合回路システムにおいて、困難な状況下での同期現象の調査が重要な研究テーマである。困難な状況下の例として、回路システムの結合構造にフラストレーションが生じたり、周波数誤差や外部刺激が与えられた場合などが考えられる。我々の研究グループは、星型および環状結合した van der Pol 発振器システムにおいて、ある発振器の発振周波数を他と異なる値に設定すると発振停止や独立発振、ダブルモード発振などの興味深い同期現象を観測している [9]-[11]。我々は、結合回路システムにより異なる特徴を持った回路を結合することで、さらに強いフラストレーションが与えられると考える。

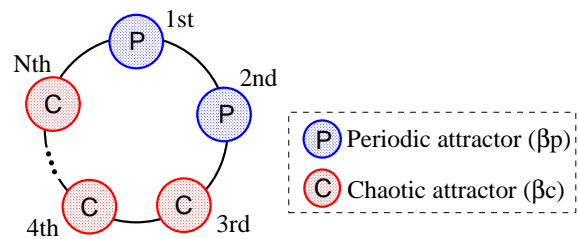
本研究では、結合カオス回路システムにおいて、カオス解と3周期解を生成しているカオス回路を環状に結合した場合の同期現象について調査を行う。コンピュータシミュレーションと回路実験によって、回路システム中のカオス解の比率が周期解よりも大きい場合にカオス解と周期解の衝突が起こることを確認する。解の衝突後、3周期解はカオス解の影響を受けてバーストを起こすインターミッテントカオスのような振る舞いをすることがわかった。

2 回路モデル

本研究で用いる環状結合カオス回路を図 1 に示す。本回路モデルでは、それぞれのカオス回路はインダクタを介して抵抗 R で結合されている。この結合方法では、隣接するカオス回路は逆相同期することが知られている。



(a) 環状結合カオス回路モデル。



(b) 回路モデルの概念図。

図 1: 回路モデル。

まず、ダイオードの $i-v$ 特性が以下のような区分線形関数で近似される。

$$v_d(i_k) = \frac{1}{2}(r_d i_k + E - |r_d i_k - E|). \quad (1)$$

変数変換とパラメータを適用することによって、

$$I_{Rk} = \sqrt{\frac{C}{L_1}} E x_{Rk}, \quad I_{Lk} = \sqrt{\frac{C}{L_1}} E x_{Lk},$$

表 1: アトラクタの遷移 (N=3)

β_c	初期状態 ($\tau = 0$)			定常状態 ($\tau = T$)		
	1st	2nd	3rd	1st	2nd	3rd
$\beta_c = 0.165$	P	P	C	(P)	(P)	C
	P	C	C	(P)	C	C
$\beta_c = 0.175$	P	P	C	(P)	(P)	C
	P	C	C	I	C	C
$\beta_c = 0.185$	P	P	C	I	I	C
	P	C	C	I	C	C

表 2: 同期状態 (N=3)

	周期解-周期解	周期解-カオス解	カオス解-カオス解
同期状態	逆相同期	非同期	逆相同期

$$i_k = \sqrt{\frac{C}{L_1}} E y_k, \quad v_k = E z_k, \quad t = \sqrt{L_1 C} \tau,$$

$$\alpha = \frac{L_1}{L_2}, \quad \beta = r \sqrt{\frac{C}{L_1}}, \quad \gamma = R \sqrt{\frac{C}{L_1}}, \quad \delta = r_d \sqrt{\frac{C}{L_1}}, \quad (2)$$

正規化された回路方程式が以下のように得られる。

$$\begin{cases} \frac{dx_{Rk}}{d\tau} = \frac{1}{2} \{ \beta(x_{Rk} + x_{Lk} + y_k) - z_k \\ \quad - \gamma(x_{Rk} + x_{L(k+1)}) \} \\ \frac{dx_{Lk}}{d\tau} = \frac{1}{2} \{ \beta(x_{Rk} + x_{Lk} + y_k) - z_k \\ \quad - \gamma(x_{Lk} + x_{R(k-1)}) \} \\ \frac{dy_k}{d\tau} = \alpha \{ \beta(x_{Rk} + x_{Lk} + y_k) - z_k - f(y_k) \} \\ \frac{dz_k}{d\tau} = x_{Rk} + x_{Lk} + y_k \end{cases} \quad (k = 1, 2, \dots, N) \quad (3)$$

ここで下式が成り立つこととする。

$$x_{L0} = 0, \quad x_{R(N+1)} = 0, \quad (4)$$

$$f(y_k) = 0.5 (\delta y_k + 1 - |\delta y_k - 1|). \quad (5)$$

この式において、 γ は結合強度、 N は結合カオス回路数そして β は分岐パラメータを示す。 β を変えることで、得られるアトラクタをコントロールすることができる。本研究では、 β_c をカオスアトラクタが、 β_p を周期解が得られる分岐パラメータと定義する。

コンピュータシミュレーションでは、4 次のルンゲ＝クッタ法を用いて式 (3) の計算を行う。このときのステップサイズは $h = 0.005$ とする。また、回路モデルのパラメータを以下のように設定する。 $\alpha = 7.0$, $\beta_c = 0.175$, $\beta_p = 0.160$ and $\gamma = 0.01$.

3 同期現象

まず基本的な同期現象の調査を行うために、結合回路数が $N = 3$ の場合を考える。表 1 は、 β_c を変えたときの同期現象をまとめたものである。この表において、“P” は 3 周期解、“(P)” は準 3 周期解、“C” はカオス解、“I” はインターミッテンシーのようなカオスを示す。また、定常状態は $T = 1e + 05[\tau]$ とする。この結果から、カオスと 3 周期解の衝突を確認することができる。すなわち、3 周期解は隣接するカオス解の影響を受けてバーストを起こし、インターミッテンシーカオスのような振る舞いになる。

次に、隣接する同期状態について表 2 に示す。隣接する回路で生成される解が同じ場合は、逆相で同期するが、3 周期解とカオス解の場合は非同期となることが分かった。

図 2 に、観測される同期現象の一例として、表 1 の初期状態が (P-C-C) のときのコンピュータシミュレーションの結果を示す。この図からも、解の衝突によって 3 周期解がインターミッテンシーバーストを起こしていることがわかる (図 2(d))。我々はこれと同じ現象を回路実験でも確認している (図 3)。

図 4 に、一番目のカオス回路の解が Poincaré 断

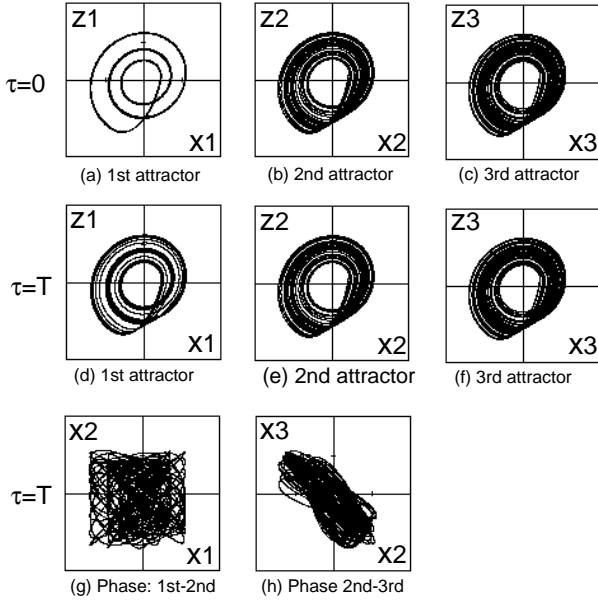


図 2: アトラクタと位相平面図 (コンピュータシミュレーション), $\alpha = 7.0$, $\beta_p = 0.160$, $\beta_c = 0.175$, $\delta = 50.0$ and $\gamma = 0.01$.

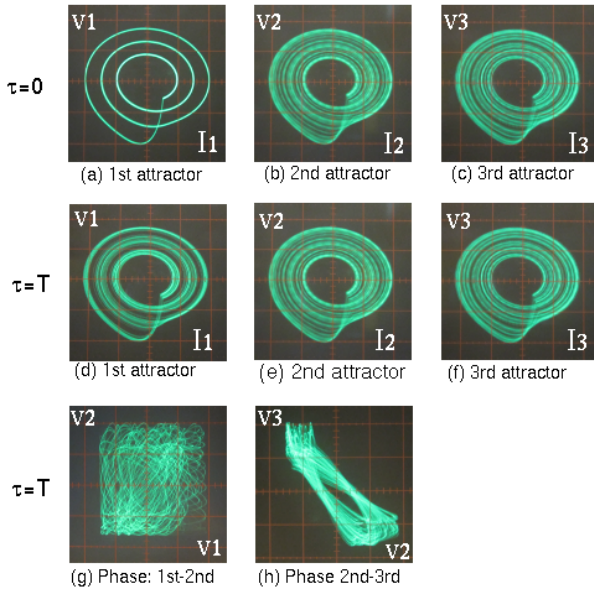


図 3: アトラクタと位相平面図 (回路実験), $L_1 = 300\text{mH}$, $L_2 = 10\text{mH}$, $r_p = 740\Omega$, $r_c = 730\Omega$ and $C = 33\text{nF}$. x-axis:[1V/div], y-axis:[1V/div].

面 ($x_{R1} + x_{L1} < 0$, $z_1 = 0$) を通過したときの時系列 $x_{R1} + x_{L1}$ を示す. この図より, 3 周期解が隣のカオスの影響によってインターミッテンシーカオスのような振る舞いに遷移していることがわかる. さらに我々は, パーストが起こるタイミングは分岐パラメータや結合強度に依存することを確認している.

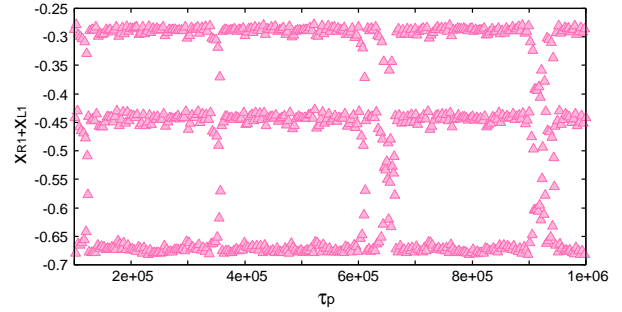


図 4: インターミッテンシーバースト (コンピュータシミュレーション). $\alpha = 7.0$, $\delta = 50.0$, $\gamma = 0.01$, $\beta_p = 0.160$ and $\beta_c = 0.175$.

4 大規模化ネットワークへの応用

最後に, 本提案回路モデルを大規模化ネットワークへ応用した場合の現象について調査を行う. 図 5 に, 回路数が $N = 100$ で, カオス解と 3 周期解の回路を不規則に結合した場合の同期現象の例を示す. この図で, 縦軸は Poincaé 断面を通過したときの $x_{Rk} + x_{Lk}$ の値である. 隣接する回路のカオス解の影響を受けて, 3 周期解がインターミッテンシーカオスのような振る舞いをしていることを確認できる.

この大規模化ネットワークで観測される現象に対する統計的な解析は, 最終原稿までに行う.

5 まとめと今後の課題

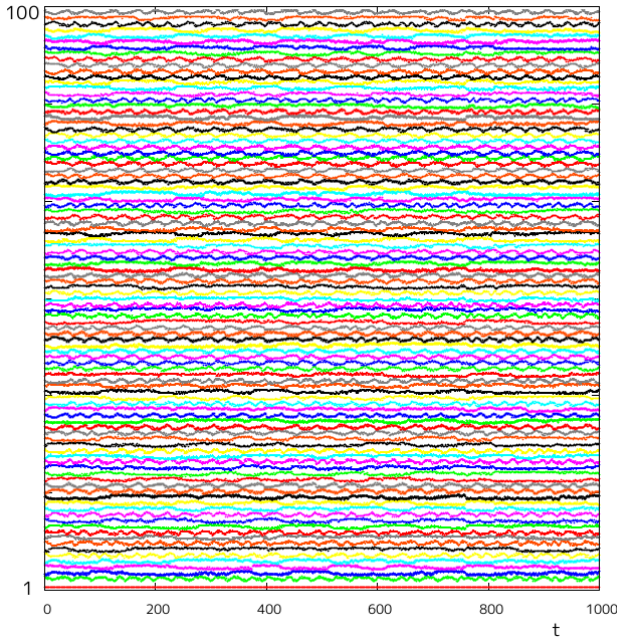
本研究では, 結合カオス回路システムにおいて, カオス解と 3 周期解を生成しているカオス回路を環状に結合した場合の同期現象について調査を行った. コンピュータシミュレーションと回路実験によって, 回路システム中のカオス解の比率が周期解よりも大きい場合にカオス解と周期解の衝突が起こることを確認できた. また, 解の衝突後, 周期解はカオス解の影響を受けてバーストを起こすインターミッテンシーカオスのような振る舞いになり, 一方, カオス解は隣接する周期解によってカオス度が弱くなることがわかった.

今後の課題として, 提案回路システムでの同期現象の有効な解析手法の提案があげられる. また, 他

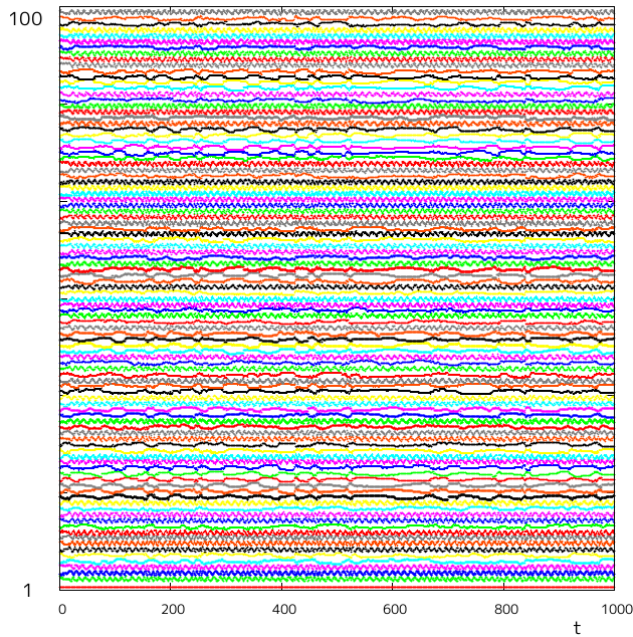
の種類のカオス回路や異なる結合方法を用いた場合の調査も重要な課題のひとつである。

参考文献

- [1] P. Ashwin, J. Buescu and I. Stewart, *Bubbling of Attractors and Synchronisation of Chaotic Oscillators*. Phys. Lett., vol. A193, pp. 126-139, 1994.
- [2] T. Kapitaniak and L.O. Chua, *Locally-Intermingled Basins of Attraction in Coupled Chua's Circuits*. Int. J. Bifurcation and Chaos, vol. 6, no. 2, pp. 357-366, 1996.
- [3] M. Wada, Y. Nishio and A. Ushida, *Analysis of Bifurcation Phenomena on Two Chaotic Circuits Coupled by an Inductor*. IEICE Trans. Fundamentals, vol. E80-A, no. 5, pp. 869-875, May 1997.
- [4] J. Chubb, E. Barreto, P. So and B.J. Gluckman, *The Breakdown of Synchronization in Systems of Nonidentical Chaotic Oscillators: Theory and Experiment*. Int. J. Bifurcation and Chaos, vol. 11, no. 10, pp. 2705-2713, 2001.
- [5] R.L. Viana, C. Grebogi, S.E. de S. Pinto, S.R. Lopes, A.M. Batista and J. Kurths, *Bubbling Bifurcation: Loss of Synchronization and Shadowing Breakdown in Complex Systems*. Physica D, vol. 206, pp. 94-108, 2005.
- [6] C.P. Li, W.H. Deng and D. Xu, *Chaos Synchronization of the Chua System with a Fractional Order*. Physica A, vol. 360, pp. 171-185, 2006.
- [7] M. Chen and J. Kurths, *Chaos Synchronization and Parameter Estimation from a Scalar Output Signal*. Phys. Rev. E, vol. 76, 027203, 2007.
- [8] H.T. Yau and J.J. Yan, *Chaos Synchronization of Different Chaotic Systems Subjected to Input Nonlinearity*. Applied Math. and Comp., vol. 197, pp. 775-788, 2008.
- [9] Y. Setou, Y. Nishio and A. Ushida, *Synchronization Phenomena in Resistively Coupled Oscillators with Different Frequencies* IEICE Trans. Fundamentals, vol. E79-A, no. 10, pp. 1575-1580, 1996.
- [10] Y. Uwate, Y. Nishio and R. Stoop, *Group Synchronization of van der Pol Oscillators with Different Frequencies* Proc. of NOLTA'08, pp. 612-615, 2008.
- [11] Y. Uwate, Y. Nishio and R. Stoop, *Synchronization of Distant Neighbors Oscillators in a Ring Network* Proc. of NOLTA'09, pp. 439-442, 2009.



(a) $\beta_c = 0.175$.



(b) $\beta_c = 0.185$.

図 5: 大規模化ネットワークの同期状態 ($N = 100$). $\alpha = 7.0, \delta = 50.0, \gamma = 0.01, \beta_p = 0.160$ and the ratio of chaotic attractor: 50%.