

三つの非同期同時振動発振器を結合した系に見られるマルチモード振動

藤岡 沙織[†] 楊 暘^{††} 上手 洋子[†] 西尾 芳文[†]

[†] 徳島大学工学部 〒105-0123 徳島県徳島市常三島 2-1

^{††} 西安交通大学 電子与信息工程学院 〒710-049 陝西省西安市咸寧西路 28 号

E-mail: †{saori,uwate,nishio}@ee.tokushima-u.ac.jp, ††yyang@mail.xjtu.edu.cn

あらまし 本研究では、インダクタで結合された 2 つの共振器を含む 3 つの発振器から観測される同期現象を調査した。初期値を変化させることで同相同期や逆相同期を含む興味深い様々な同期現象が得られた。その中でも我々はダブルモードと同時振動の同時発生を数値シミュレーションにより確認することが出来た。

キーワード 同期現象, ダブルモード振動, 同時振動, 硬い発振器

Multi-Mode Oscillations in Three Coupled Asynchronous Simultaneous Oscillators

Saori FUJIOKA[†], Yang YANG^{††}, Yoko UWATE[†], and Yoshifumi NISHIO[†]

[†] Dept. Electrical and Electronic Eng., Tokushima University
2-1 Minami-Josanjima, Tokushima, 770-8506, Japan

^{††} School of Electronic and Information Eng., Xi'an Jiaotong University
No.28 Xianning West Road, Xi'an 710049, China

E-mail: †{saori,uwate,nishio}@ee.tokushima-u.ac.jp, ††yyang@mail.xjtu.edu.cn

Abstract In this study, synchronization phenomena observed from three inductively coupled hard oscillators with two resonators are investigated. Various interesting synchronization phenomena including in-phase and anti-phase synchronizations are generated by giving different initial conditions. Especially, we can confirm that double-mode and simultaneous oscillations are generated at the same time.

Key words Synchronization phenomena, Double-mode oscillation, Simultaneous oscillation, Hard oscillator

1. 序 論

自然界には様々な同期現象があふれている。例として、ホタルの発光、振り子の動きやカエルの合唱などが挙げられる。これらは同期現象の代表的なものである。非線形抵抗を含む発振器において、非線形抵抗が 5 次の電圧電流特性を持つ場合、硬発振を示すことが知られている [1][2]。この場合、発振を促すためには、初期値に原点から遠ざけた値、つまり漸近安定である領域を超えた電圧を印加する必要がある。Datardina と Linkens はインダクタで結合された硬い非線形性を持つ同一の発振器を調査し、3 次特性の場合では観測されなかったダブルモード振動を確認した [3]。同様に、あるパラメータ範囲内において 4 種類の異なる発振（発振停止、同相モード、逆相モード、ダブルモード）が共存することを確認した。

1954 年、Schaffner は 2 つの自由度を持つ発振器では 5 次の非線形特性を持つ場合、2 種類の異なる周波数を持ちなおかつ同時に発振することを発見した [4]。倉光もまた、3 つもしくは

それ以上の自由度を持つ発振器による非同期同時振動を理論的に調査しており、回路実験で 3 種類の異なる周波数を持つ同時振動の発生を確認している [5]。非同期同時振動は代表的な非線形現象のひとつであり、自然界の様々な高次元システムで発生していると考えられるが、著者らの知る限り、[6], [7] の研究を除くと、非同期同時振動に関する調査はあまりなされていない。

著者らは、抵抗で結合された 2 つの非同期同時発振器 [8] とインダクタにより結合された 2 つの非同期同時発振器 [9] における様々な発振現象の調査を行った。

本研究では、インダクタで結合された 2 つの共振器を含む 3 つの非同期同時発振器について調査している。使用した発振器は硬い非線形性を持つ。コンピュータシミュレーションにより同相同期や逆相同期が結合回路により発生することはもちろん様々な同期現象を確認することが出来た。特に、ダブルモードと同時振動が同時に発生する興味深い現象も観測することが出来た。また、隣り合う発振器同士ではダブルモード発振を行い、上下の共振器同士では同時振動していることが分かった。

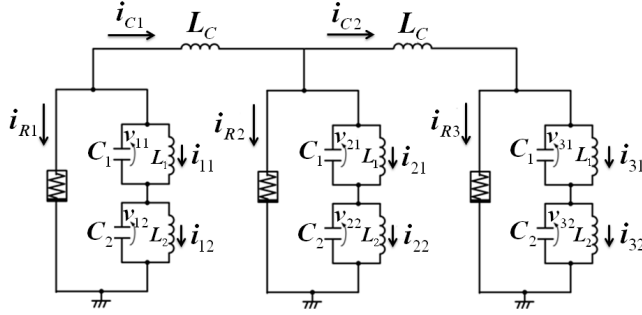


図 1 2つの共振器を含む3つの硬い発振器

2. 回路モデル

本研究で使用される回路モデルを図1に示す。回路はインダクタで結合された2つの共振器を含み、硬い非線形性を持つ3つの発振器で構成されている。本研究に用いられる非線形抵抗の5次特性の式を以下に示す。

$$i_R(v) = g_1 v - g_3 v^3 + g_5 v^5 \quad (g_1, g_3, g_5 > 0). \quad (1)$$

上下に結合された2つの共振器は異なる周波数を持つ。結合された発振器の式を以下に示す。

$$\left\{ \begin{array}{ll} C_1 \frac{dv_{11}}{dt} = -i_{11} - i_{R1} - i_{C1}, & L_1 \frac{di_{11}}{dt} = v_{11} \\ C_2 \frac{dv_{12}}{dt} = -i_{12} - i_{R1} - i_{C1}, & L_2 \frac{di_{12}}{dt} = v_{12} \\ C_1 \frac{dv_{21}}{dt} = -i_{21} - i_{R2} - i_{C2} + i_{C1}, & L_1 \frac{di_{21}}{dt} = v_{21} \\ C_2 \frac{dv_{22}}{dt} = -i_{22} - i_{R2} - i_{C2} + i_{C1}, & L_2 \frac{di_{22}}{dt} = v_{22} \\ C_1 \frac{dv_{31}}{dt} = -i_{31} - i_{R3} + i_{C2}, & L_1 \frac{di_{31}}{dt} = v_{31} \\ C_2 \frac{dv_{32}}{dt} = -i_{32} - i_{R3} + i_{C2}, & L_2 \frac{di_{32}}{dt} = v_{32}, \end{array} \right. \quad (2)$$

結合インダクタに流れる電流 i_{C1} , i_{C2} の式は以下のように導かれる。

$$\begin{aligned} i_{C1} &= \frac{L_1(i_{11} - i_{21}) + L_2(i_{12} - i_{22})}{L_C} \\ i_{C2} &= \frac{L_1(i_{21} - i_{31}) + L_2(i_{22} - i_{32})}{L_C}. \end{aligned} \quad (3)$$

非線形抵抗に流れる電流 i_{R1} , i_{R2} , i_{R3} は以下のように表される。

$$\begin{aligned} i_{R1} &= i_R(v_{11} + v_{12}) \\ i_{R2} &= i_R(v_{21} + v_{22}) \\ i_{R3} &= i_R(v_{31} + v_{32}). \end{aligned} \quad (4)$$

以下に示すパラメータと変数の変換を行い、

$$\begin{aligned} v_{mn} &= \sqrt[4]{\frac{g_1}{5g_5}} x_{mn}, \quad i_{mn} = \sqrt[4]{\frac{g_1}{5g_5}} \sqrt{\frac{C_1}{L_1}} y_{mn}, \\ \alpha_C &= \frac{C_1}{C_2}, \quad \alpha_L = \frac{L_1}{L_2}, \quad \gamma = \frac{L_1}{L_C}, \end{aligned} \quad (5)$$

$$\varepsilon = g_1 \sqrt{\frac{L_1}{C_1}}, \quad \beta = \frac{3g_3}{g_1} \sqrt{\frac{g_1}{5g_5}}, \quad t = \sqrt{L_1 C_1} \tau.$$

式(2)は以下のように正規化される。

$$\left\{ \begin{array}{l} \frac{dx_{11}}{d\tau} = -y_{11} - f(x_{11} + x_{12}) - y_{C1} \\ \frac{dx_{12}}{d\tau} = \alpha_C \{-y_{12} - f(x_{11} + x_{12}) - y_{C1}\} \\ \frac{dx_{21}}{d\tau} = -y_{21} - f(x_{21} + x_{22}) + y_{C1} - y_{C2} \\ \frac{dx_{22}}{d\tau} = \alpha_C \{-y_{21} - f(x_{21} + x_{22}) + y_{C1} - y_{C2}\} \\ \frac{dx_{31}}{d\tau} = -y_{31} - f(x_{31} + x_{32}) + y_{C2} \\ \frac{dx_{32}}{d\tau} = \alpha_C \{-y_{31} - f(x_{31} + x_{32}) + y_{C2}\} \\ \frac{dy_{m1}}{d\tau} = x_{m1} \quad (m = 1, 2, 3) \\ \frac{dy_{m2}}{d\tau} = \alpha_L x_{m2} \quad (m = 1, 2, 3) \end{array} \right. \quad (6)$$

i_C に対応する y_C は以下のように導かれる。

$$\begin{aligned} y_{C1} &= \gamma \left(y_{11} - y_{21} + \frac{y_{12} - y_{22}}{\alpha_L} \right) \\ y_{C2} &= \gamma \left(y_{21} - y_{31} + \frac{y_{22} - y_{32}}{\alpha_L} \right), \end{aligned} \quad (7)$$

また、正規化した式中使用される5次の非線形特性を含んだ $f(\cdot)$ を以下に示す。

$$f(x) = \varepsilon \left(x - \frac{\beta}{3} x^3 + \frac{1}{5} x^5 \right). \quad (8)$$

3. 実験結果

本研究では、ダブルモードや発振停止を含む様々な同期現象を確認出来る回路モデルを提案した。この章では、コンピュータシミュレーションにより得られたいくつかの結果を示す。パラメータの値は固定し、初期値のみを変化させる。パラメータの値は $\alpha_C = 0.64$, $\alpha_L = 0.6$, $\gamma = 0.01$, $\varepsilon = 0.005$, $\beta = 3.2$ と固定する。

図2, 3, 4, 5は回路モデルから観測される4種類の異なる同期現象を示している。各図における図(a)では、6つの共振器のアトラクタを示している。6つのアトラクタの配置は図1における共振器の位置に対応している。横軸は x_{mn} 、縦軸は y_{mn} を表している。図(b)は共振器の位相差を示している。左側の4つのアトラクタは横同士の関係を示し、右側の3つは縦同士の関係を示している。縦横ともに軸は x_{mn} である。図(c)はそれぞれのレゾネータの時間波形を示す。これらの結果から、図2, 3, 5では同時振動が発生していることが分かる。また図3, 5の上段の共振器、図4, 5の下段の共振器ではダブルモードが確認出来る。一方、図4では上段の共振器が発振停止しているのに対し下段ではダブルモードが確認出来る。これらの結果により4種類の発振を以下にまとめる。

- 図2: 同相(上段)と同相(下段)の同時振動
- 図3: ダブルモード(上段)と同相(下段)の同時振動
- 図4: 発振停止(上段)とダブルモード(下段)の独立の発振
- 図5: ダブルモード(上段)とダブルモード(下段)の同時振動

特に、最後の同期現象(ダブルモードとダブルモード)は非常に興味深い現象である。この場合左右に隣接する発振器同士の関

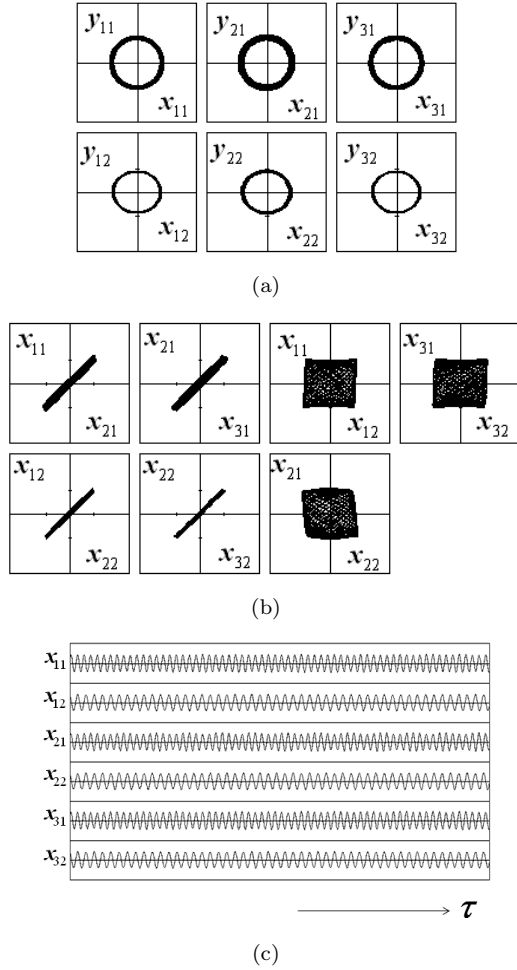


図2 同相と同相の同時振動 (a) 6つの共振器のアトラクタ (b) 6つの共振器間の位相差 (c) 6つの共振器の時間波形

係はダブルモードであるのに対し、上下の関係は非同期である。我々はこのような非線形現象は自然界に存在し、将来の工学システムに貢献出来ることを確信している。

4. 結 論

本研究では、我々はインダクタで結合された2つの共振器を含む3つの発振器から観測される同期現象を調査した。結果としてダブルモードと同時振動が同時に発生していることが確認出来た。つまり、横同士の共振器の関係はダブルモード、縦同士の共振器の関係は同時振動であると言える。

文 献

- [1] C. Hayashi, *Nonlinear oscillations in physical systems*, Princeton Univ. Press, p.367, 1984.
- [2] V.I. Arnold, *Geometrical methods in the theory of ordinary differential equations*, Springer-Verlag, pp.270-272, 1988.
- [3] S.P. Dataridina and D.A. Linkens, "Multimode oscillations in mutually coupled van der Pol type oscillators with fifth-power nonlinear characteristics," *IEEE Trans. Circuits Syst.*, Vol.25, No.5, pp.308-315, May 1978.
- [4] J. Schaffner, "Simultaneous oscillations in oscillators," *IRE Trans. Circuit Theory*, Vol.1, pp.2-81, Jun. 1954.
- [5] M. Kuramitsu and F. Takase, "Averaged potential analysis

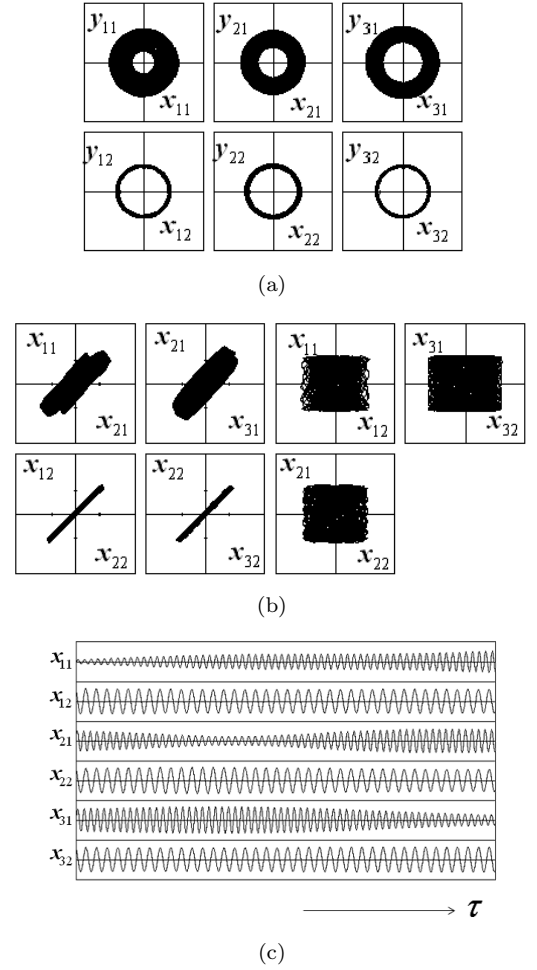
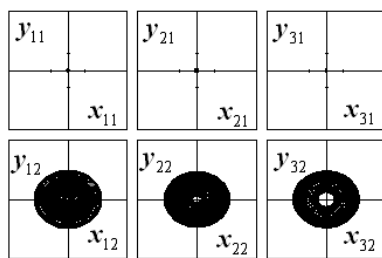


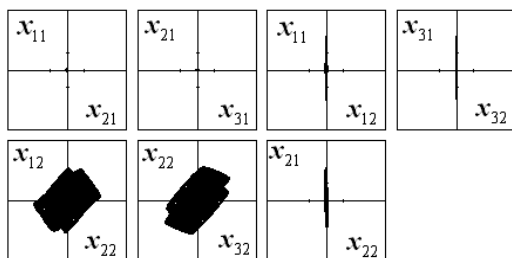
図3 ダブルモードと逆相の同時振動 (a) 6つの共振器のアトラクタ (b) 6つの共振器間の位相差 (c) 6つの共振器の時間波形

of multimode oscillators with hard operating conditions," *IEICE Technical Report on NLP*, Vol.81, No.13, pp.1-10, Sep. 1981.

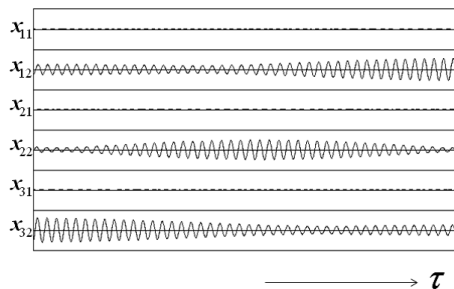
- [6] M. Matsuki and S. Mori, "Asynchronous simultaneous oscillations in negative resistance oscillatory circuit containing periodically operating analog switch," *IEICE Technical Report on CAS*, Vol.101, pp.81-87, Jun. 1993.
- [7] M. Matsuki and S. Mori, "Asynchronous excitation phenomena in negative resistance oscillatory circuit containing periodically operating analog switch," *IEICE Technical Report on NLP*, Vol.94, pp.51-58, May 1994.
- [8] C. Higashi and Y. Nishio, "Investigation of synchronization phenomena in coupled simultaneous oscillators," *Proceedings of NCSP'10*, pp.113-116, Mar. 2010.
- [9] Y. Nishio, Y. Yang and Y. Uwate, "Synchronization phenomena in simultaneous oscillators coupled by an inductor," *Proceedings of NCSP'11*, pp.147-150, Mar. 2011.



(a)

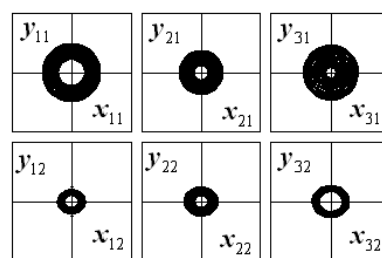


(b)

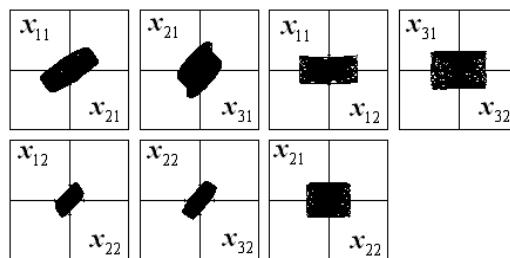


(c)

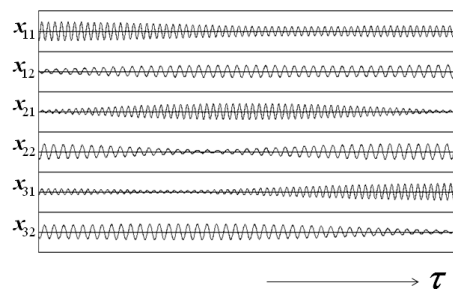
図4 発振停止とダブルモードの同時振動 (a) 6つの共振器のアトラクタ (b) 6つの共振器間の位相差 (c) 6つの共振器の時間波形



(a)



(b)



(c)

図5 ダブルモードとダブルモードの同時振動 (a) 6つの共振器のアトラクタ (b) 6つの共振器間の位相差 (c) 6つの共振器の時間波形