

様々なトポロジーを持つネットワーク構造型粒子群最適化法と その振る舞い

松下 春奈[†] 西尾 芳文[†]

[†] 徳島大学 工学部 電気電子工学科 〒770-8506 徳島県徳島市南常三島 2-1

E-mail: †{haruna,nishio}@ee.tokushima-u.ac.jp

あらまし 本報告では、様々なトポロジーを持つネットワーク構造型粒子群最適化法 (Network-Structured Particle Swarm Optimizer: NS-PSO) を提案する。提案 PSO に長方形, 六角形, 円筒, トロイダル の 4 種のトポロジーをもたせ, 8 つのベンチマーク最適化問題へ適用する。シミュレーションによりこれらの振る舞いを調査し, どのようなトポロジーがどのような最適化問題に適しているかを評価する。

キーワード 粒子群最適化 (PSO), ネットワーク構造, 自己組織化マップ (SOM)

Network-Structured Particle Swarm Optimizer with Various Topology

Haruna MATSUSHITA[†] and Yoshifumi NISHIO[†]

[†] Department of Electrical and Electronic Engineering, Tokushima University

2-1 Minami-Josanjima, Tokushima 770-8506, Japan

E-mail: †{haruna,nishio}@ee.tokushima-u.ac.jp

Abstract This study proposes Network-Structured Particle Swarm Optimizer (NS-PSO) with various neighborhood topology. The proposed PSO has the various network topology as rectangular, hexagonal, cylinder and toroidal. We apply NS-PSO with various topology to optimization problems. We investigate their behaviors and evaluate what kind of topology would be the most appropriate for each function.

Key words Particle Swarm Optimization (PSO), network structure, Self-Organizing Map (SOM)

1. はじめに

粒子群最適化 (Particle Swarm Optimization: PSO) は, 鳥の群れの動きをモデル化した群知能の一種である。概念が単純であり実現が容易な上, 収束が早いという特徴を持つことから, 近年, 異なる分野の様々な応用に用いられている。しかしながら, パラメータに大きく依存することや, 多数の局所解を持つような複雑な問題を解く場合における早すぎる収束などが, PSO の問題点として挙げられている。

PSO は複数の解 (粒子) 群で構成され, 各粒子は位置と速度の情報を持っている。PSO は, これらの情報を群内で交換しながら良好な位置を探すが, 粒子間に特別な繋がりはない。つまり, 各粒子の情報は固体が最も良かった位置と群全体で最も良かった位置に従って更新するが, どちらを重要視するかの重みは毎更新ごとにランダムで決められる。しかしながら, 実社会においては, 上下関係, 信頼関係, 親子関係などの様々なネットワークが存在している。

ネットワークを利用したアルゴリズムで代表的なもののひと

つに, 自己組織化マップ (Self-Organizing Map: SOM) [2] がある。SOM は教師なしニューラルネットワークのひとつで, 2 もしくは 3 次元の低次元トポロジーに従い配置されたニューロンで構成されている。SOM は, マップ構造の近傍関係に従い学習することで, 入力の特徴を反映したマップを得ることが出来る。

PSO における様々なトポロジー近傍については, 以前から議論されてきており [3]–[7], リング型近傍, ノイマン近傍, ランダム近傍などのあらゆるトポロジー近傍が適用されてきた。各粒子は, ネットワークの近傍間で最良の位置を共有しながら最適値に向かう。しかしながら, 粒子情報の更新時に, ネットワークの近傍距離は無関係であった。

先行研究として, 近傍関係を考慮するネットワーク構造型 PSO (Network-Structured Particle Swarm Optimizer: NS-PSO) を提案している [8]。NS-PSO は, PSO と SOM の両方の特徴を兼ね備えた最適化手法である。NS-PSO の全粒子は 2 次元ネットワーク上での近傍に従い結合されており, 直接結合された粒子間, つまりネットワーク上の近傍粒子間で, それら

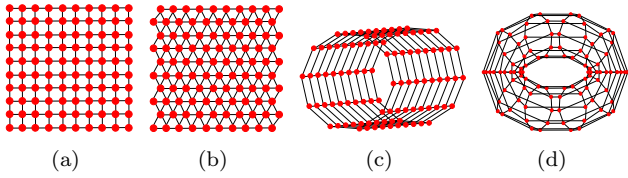


図1 Different map shapes with 10×10 particles. (a) Rectangular-topology. (b) Hexagonal-topology. (c) Cylinder-topology. (d) Toroidal-topology.

が最も良かった位置を情報交換する．また，毎ステップ時に最良の位置を持つ粒子を勝者粒子とし，勝者とのネットワーク上での近傍距離に従い各粒子は更新される．しかしながら，最適化の有効性と NS-PSO のネットワークトポロジーの関連性については，詳しく解明されていなかった．

そこで本研究では，様々な近傍トポロジーを持ったネットワーク構造型 PSO を提案する．これは，NS-PSO を，四角形，六角形，円筒，トロイダル の 4 種のトポロジーに適用したものである．本提案手法は，単峰性，多峰性を含む 8 つのベンチマーク関数に対してシミュレーションを行い，どのようなトポロジーがどのような関数に適しているかを調査する．シミュレーション結果より，環状トポロジーは，各粒子の最良位置の情報が群全体に伝わりやすいことから，単峰性関数に適していることを確認する．また，六角形トポロジーには振る舞いの異なる様々な粒子が共存しており，早すぎる収束を防ぐことから，複雑な多峰性関数に効果的であることを確かめる．

2. ネットワーク構造を持つ粒子群最適化法 (NS-PSO)

通常，PSO には粒子と呼ばれる複数の解が存在しており，各更新では，固体の最良の位置 ($pbest$) と群全体での最良の位置 ($gbest$) に向かうように動く．各粒子は，位置 $X_i = (x_{i1}, \dots, x_{id}, \dots, x_{iD})$ と速度 $V_i = (v_{i1}, \dots, v_{id}, \dots, v_{iD})$ の情報を持っている．ここで， $(d = 1, 2, \dots, D)$ ， $(i = 1, 2, \dots, M)$ ， $x_{id} \in [x_{\min}, x_{\max}]$ とする．

ネットワーク構造を持つ粒子群最適化法 (NS-PSO) は，PSO と SOM の両方の特徴を持つ．NS-PSO の 3 つの重要な特徴は以下のとおりである．

1. 各粒子は，ネットワーク・トポロジーによって決定された近傍関係に従って結合されている．本研究では，図 1 に示される様々なネットワーク・トポロジーを NS-PSO に適用し，それらの振る舞いを調査する．図 1(a)–(b) の長方形トポロジーと六角形トポロジーはシート型トポロジー，図 1(c)–(d) の円筒トポロジーとトロイダルトポロジーは環状トポロジーと呼ばれる．
2. 各粒子は，直接結合された近傍粒子間でローカルな最良の位置 ($lbest$) を共有する．
3. SOM の学習と同様に，毎更新時において，全粒子の中で最良の評価値を持つ粒子を勝者に決定する．

これらの特徴から，NS-PSO の各粒子は， $lbest$ ，勝者粒子の位置，そして勝者とのネットワーク上での近傍距離に従い更新される．

ここで，本研究における“近傍”の意味について触れておかなければならない．多くの研究では，近い評価値を持つ粒子や，それぞれの位置が近い場所にある粒子のことを，近傍粒子と定義している．しかしながら，本研究では，それぞれの位置や評価値にはかかわらず，ネットワーク上で直接結合された粒子を“近傍”と呼ぶ．

(Step1) $t = 0$ において，各粒子の位置 X_i をランダムに，速度 V_i を 0 に， $pbest$ $P_i = (p_{i1}, p_{i2}, \dots, p_{iD})$ を X_i に初期化する．各粒子 i の評価値 $f(X_i)$ を計算し，群全体での最良の位置 $gbest$ P_g を決定，その粒子 g を勝者 $c(0)$ とする．各粒子の近傍間での最良の位置 $lbest$ $L_i = (l_{i1}, l_{i2}, \dots, l_{iD})$ を決定する．(Step2) 評価値 $f(X_i)$ を計算し，時間 t において群全体で最良の位置を持つ粒子を勝者 $c(t)$ に決定する．

$$c(t) = \arg \min_i \{f(X_i(t))\}. \quad (1)$$

各粒子 i において， $f(X_i) < f(P_i)$ ならば $pbest$ を $P_i = X_i$ とする．群全体で今までの最良の位置 P_g ($gbest$) に対し，もし $f(X_c) < f(P_g)$ ならば， $P_g = X_c$ とする．ここで， $X_c = (x_{c1}, x_{c2}, \dots, x_{cD})$ は勝者 $c(t)$ の位置ベクトルである．(Step3) 粒子 i と直接結合されている近傍粒子間での今までの最良の位置 $lbest$ L_i を決定する．(Step4) $lbest$ ，勝者の位置 $X_c(t)$ ， i と $c(t)$ の近傍距離に従い，各粒子 i の V_i と X_i を更新する．

$$V_i(t+1) = wV_i(t) + c_1 \text{rand}(L_i - X_i(t)) + c_2 h_{c(t),i}(X_c - X_i(t)), \quad (2)$$

$$X_i(t+1) = X_i(t) + V_i(t+1),$$

ここで， w は慣性重みであり，以前の速度をどれだけ保持するかを決める． c_1 ， c_2 は正の加速度係数であり，通常 $c_1 = c_2$ とする． rand は $U(0, 1)$ における D 次元一様ランダムベクトルである．また， $h_{c,i}$ は近傍関数と呼ばれるガウス関数である．

$$h_{c(t),i} = \exp\left(-\frac{\|r_i - r_{c(t)}\|^2}{2\sigma^2}\right), \quad (3)$$

$\|r_i - r_{c(t)}\|$ は勝者 $c(t)$ と粒子 i のネットワーク上の近傍距離， σ は近傍関数の幅に対応する固定パラメータである． σ が大きいと粒子群が空間全体に広がる力を強め，小さいと粒子群が勝者に近づく収束力を強める．

(Step5) $t = t + 1$ とし，(Step2) に戻る．

3. コンピュータ・シミュレーション

様々なトポロジーを持った NS-PSO の性能を評価するために，従来型 PSO との比較実験を行った．用いたのは表 1 に示される 8 つのベンチマーク最適化問題で， f_1 ， f_2 ， f_3 及び f_4 は単峰性関数， f_5 ， f_6 ， f_7 及び f_8 は多くの局所解を持つ多峰性関数である．Rosenbrock 関数 f_2 の最適解 x^* は $[1, 1, \dots, 1]$ で，それ以外の関数の x^* は全て $[0, 0, \dots, 0]$ である．全関数において最適評価値 $f(x^*)$ は 0 である．また，全関数は D 次元の変数を持っており，本研究では $D = 50$ に設定する．

表 1 Eight Test Functions.

Function name	Test function	Initialization space
Sphere function;	$f_1(x) = \sum_{d=1}^{D-1} x_d^2,$	$x \in [-5.12, 5.12]^D$
Rosenbrock's function;	$f_2(x) = \sum_{d=1}^{D-1} \left(100 (x_d^2 - x_{d+1})^2 + (1 - x_d)^2 \right),$	$x \in [-2.048, 2.048]^D$
3 rd De Jong's function;	$f_3(x) = \sum_{d=1}^D x_d ,$	$x \in [-2.048, 2.048]^D$
4 th De Jong's function;	$f_4(x) = \sum_{d=1}^D dx_d^4,$	$x \in [-1.28, 1.28]^D$
Rastrigin's function;	$f_5(x) = \sum_{d=1}^D (x_d^2 - 10 \cos(2\pi x_d) + 10),$	$x \in [-5.12, 5.12]^D$
Ackley's function;	$f_6(x) = \sum_{d=1}^{D-1} \left(20 + e - 20e^{-0.2\sqrt{0.5(x_d^2 + x_{d+1}^2)}} \right. \\ \left. - e^{0.5(\cos(2\pi x_d) + \cos(2\pi x_{d+1}))} \right),$	$x \in [-30, 30]^D$
Stretched V sine wave func.;	$f_7(x) = \sum_{d=1}^{D-1} (x_d^2 + x_{d+1}^2)^{0.25} (1 + \sin^2(50(x_d^2 + x_{d+1}^2)^{0.1})),$	$x \in [-10, 10]^D$
Griewank's function;	$f_8(x) = \sum_{d=1}^D \frac{x_d^2}{4000} - \prod_{d=1}^D \cos\left(\frac{x_d}{\sqrt{d}}\right) + 1,$	$x \in [-600, 600]^D$

PSO の全粒子数 M は 36 に、NS-PSO のネットワークサイズは 6×6 に設定した。PSO および NS-PSO においてパラメータは $w = 0.7$, $c_1 = c_2 = 1.6$ とし、NS-PSO の近傍幅 σ は 1.5 とする。シミュレーションは各関数に対し最大ステップ数を 3000 回とし、30 回探索を行う。

3.1 シミュレーション結果

30 回の探索における最小値と平均値を表 3 に示す。全アルゴリズムにおいて最も良い結果を太字で、最も悪い結果を下線で表記している。全関数において、様々なトポロジーを持つ全ての NS-PSO は従来型 PSO の結果を大きく改善している。それどころか、従来型 PSO は NS-PSO よりも良い結果を一度も得られていない。これらの結果から、何らかのネットワーク構造を持ち、その近傍関係を利用した PSO の方が、何の近傍関係も持たない従来の PSO よりも有効な結果を得られるといえる。

次に、最も良い結果と各結果との差をまとめたものを、表 3 に示す。長方形トポロジー、六角形トポロジー、円筒トポロジー、トロイダルトポロジーを持つ 4 つの NS-PSO における最良値獲得回数は、それぞれ、0, 3, 2, 3 回である。また、 $f_1 \sim f_4$ の単峰性関数に対して注目すると、トロイダルトポロジーを持つ NS-PSO が最も多く最良値を得ており、円筒トポロジーの結果も最良値からの誤差が少ないことがわかる。しかしながら、 $f_5 \sim f_8$ の多峰性関数に対して注目すると、単峰性関数に対して最適なトポロジーだったトロイダルトポロジーの結果が、他の 3 つの NS-PSO と比較して、最良値からの差が最も大きいことがわかる。一方、六角形トポロジーは f_6 と f_7 に対して最良の結果を得ており、他の 2 つの多峰性関数に対しても、最良値からの誤差が少ない安定した結果を出していることがわかる。また、長方形トポロジーを持つ NS-PSO は一度も最良の結果を出せてはいないものの、単峰性、多峰性の両関数において、安

定した良い値を獲得している。

これらの結果から、トロイダルトポロジーのような環状 NS-PSO は単峰性関数に適しており、六角形トポロジーのようなシート状 NS-PSO は多峰性関数に有効であるといえる。特に、トロイダルトポロジーは多峰性関数のような複雑な問題には適していないことを確認した。

3.1.1 結果と各トポロジーの関連性についての考察

ネットワーク・トポロジーとその振る舞いについて、平均頂点間距離 L と平均近傍粒子数 N_l の観点から考察する。平均頂点間距離 L は、平均最短距離としても知られており、2 点間で通らなければならない結合の数の平均であり、平均近傍粒子数 N_l は、自分自身を含めた $lbest$ を共有する近傍粒子数の平均である。

本シミュレーションで使用した 6×6 のトポロジーでは、長方形、六角形、円筒、トロイダルの 4 つのトポロジーの平均頂点間距離 L は、それぞれ、6.6, 5.34, 5.8, 5.0 である。また、自分自身を含む平均近傍粒子数 N_l は、同様に、それぞれ、4.6, 6.18, 4.8, 5.0 となっている。まず、環状トポロジーを考える。円筒とトロイダルは環状トポロジーなので、これらの各粒子の個性はほぼ同じである。つまり、トロイダルトポロジーにおいては、全粒子の結合状態が同じであるため、 L と N_l が完全に同じ値をとる。これは、各粒子の役割に差がないことを意味している。さらに、トロイダルトポロジーの L は 4 つのトポロジーにおいて最小であるが、これは、群全体の粒子が短い距離で繋がっていることを示している。これらの効果から、 $lbest$ の情報が群全体に伝わりやすく、結果、環状トポロジーがシンプルな単峰性関数に適していたのだと考えられる。しかしながら、早い情報伝達は早すぎる収束を引き起こすことから、トロイダルトポロジーは多峰性関数では局所解におちいりやすい特徴を

表 2 Comparison results of PSO and NS-PSO on 8 test functions with $D = 50$.

f		PSO	NS-PSO			
			Rectangular	Hexagon	Cylinder	Toroidal
f_1	Mean	<u>2.29e-20</u>	8.22e-25	1.50e-23	1.62e-25	1.58e-25
	Minimum	4.09e-27	1.51e-29	1.29e-22	9.59e-32	1.78e-31
f_2	Mean	<u>55.24</u>	43.61	42.56	38.80	40.82
	Minimum	36.74	38.48	35.56	31.04	30.33
f_3	Mean	<u>7.49e-06</u>	1.23e-07	7.37e-09	3.93e-08	4.50e-08
	Minimum	9.41e-11	3.15e-12	5.81e-13	1.85e-12	3.19e-11
f_4	Mean	<u>1.58e-35</u>	1.51e-41	1.32e-41	2.90e-42	3.53e-44
	Minimum	9.86e-42	7.96e-47	2.84e-46	3.90e-49	1.32e-50
f_5	Mean	<u>148.31</u>	92.80	104.44	88.32	115.45
	Minimum	94.52	52.73	60.69	45.77	29.85
f_6	Mean	<u>249.67</u>	159.62	157.28	193.50	205.75
	Minimum	97.84	67.60	41.13	64.90	66.46
f_7	Mean	<u>65.62</u>	41.35	33.46	41.06	43.04
	Minimum	39.36	21.95	17.68	18.90	21.78
f_8	Mean	<u>0.2440</u>	0.0853	0.0448	0.0924	0.0350
	Minimum	0	0	1.11e-16	1.11e-16	0

表 3 Difference from the best result.

f	Best Mean Result	Difference from the best mean result				
		PSO	NS-PSO			
			Rectangular	Hexagon	Cylinder	Toroidal
f_1	1.58e-25	2.29e-20	6.64e-25	1.49e-23	4.72e-27	0
f_2	38.80	16.44	4.82	3.77	0	2.02
f_3	7.37e-09	7.48e-06	1.15e-07	0	3.19e-08	3.76e-08
f_4	3.53e-44	1.58e-35	1.50e-41	1.32e-41	1.32e-41	0
f_5	88.319	60.00	4.48	16.12	0	27.13
f_6	157.28	92.39	2.34	0	36.22	48.47
f_7	33.4615	32.16	7.89	0	7.60	9.58
f_8	0.0350	0.2090	0.0503	0.0098	0.0574	0

持つ。一方、六角形トポロジーを持つ NS-PSO では、 L は短く、 N_i は大きい値ではあるが、異なる頂点間距離、異なる近傍粒子数を持つ様々な種類の粒子が共存している。このような個性の粒子の共存は、粒子の多様性を生み、早すぎる収束を防ぐ。このことから、六角形トポロジーを持つ NS-PSO は局所解から抜け出しやすいと予想できる。

4. おわりに

本研究では、自己組織化マップ (SOM) と粒子群最適化 (PSO) の両方の特徴を兼ね備える、様々な近傍トポロジーを持つネットワーク構造型 PSO を提案した。NS-PSO の全粒子は 2 次元ネットワーク上での近傍に従い結合されており、各粒子情報はその近傍関係に従い更新される。本提案手法を、単峰性、多峰性を含む 8 つのベンチマーク関数に適用した結果、何のネットワーク構造も持たない PSO よりも、何らかのネットワーク構造を持った PSO のほうが有効性が高いことを確認した。さらに、トロイダルトポロジー、及び、六角形トポロジーを持つ NS-PSO は、それぞれ、単峰性のようなシンプルな関数、多峰性のような複雑な関数に適していることを発見した。

文 献

- [1] J. Kennedy and R. C. Eberhart, "Particle swarm optimization," in *Proc. IEEE. Int. Conf. Neural Netw.*, pp. 1942–1948, 1995.
- [2] T. Kohonen, *Self-organizing Maps*, Berlin, Springer, 1995.
- [3] J. Kennedy, "Small worlds and mega-minds: effects of neighborhood topology on particle swarm performance," in *Proc. of Cong. on Evolut. Comput.*, pp. 1931–1938, 1999.
- [4] J. Kennedy and R. Mendes, "Population structure and particle swarm performance," in *Proc. of Cong. on Evolut. Comput.*, pp. 1671–1676, 2002.
- [5] R. Mendes, J. Kennedy and J. Neves, "The Fully Informed Particle Swarm: Simpler, Maybe Better," in *IEEE Trans. Evolut. Comput.*, vol. 8, no.3, pp. 204–210, June 2004.
- [6] J. Lane, A. Engelbrecht and J. Gain, "Particle Swarm Optimization with Spatially Meaningful Neighbours" in *Proc. of IEEE Swarm Intelligence Symposium*, 2008.
- [7] S. B. Akat and V. Gazi, "Particle Swarm Optimization with Dynamic Neighborhood Topology: Three Neighborhood Strategies and Preliminary Results" in *Proc. of IEEE Swarm Intelligence Symposium*, 2008.
- [8] H. Matsushita and Y. Nishio, "Network-Structured Particle Swarm Optimizer Considering Neighborhood Relationships," in *Proc. of IEEE. Int. Jont Conf. on Neural Netw.*, pp. 2038–2044, 2009.