

抵抗で結合されたパラメータ励振ファンデアポール発振器の スイッチング現象

糸野 紘範[†] 西尾 芳文[†]

[†] 徳島大学工学部 電気電子工学科 〒770-8506 徳島県徳島市南常三島町 2-1

E-mail: †{kumeno,nishio}@ee.tokushima-u.ac.jp

あらまし 本研究では、パラメータ励振ファンデアポール発振器の結合系に発生する同期現象について調査している。このシステムにおいて3つの部分回路を結合した場合、パラメータ励振を表す関数に位相差が無いとき同期の自己スイッチング現象が発生することを確認した。また、結合の強さによって、スイッチングの特徴が変化することを確認した。

キーワード Synchronization, Parametric excitation, van der Pol oscillator, Self-switching phenomenon

Self-Switching Phenomena of Parametric Excited van der Pol Oscillators Coupled by a Resistor

Hironori KUMENO[†] and Yoshifumi NISHIO[†]

[†] Dept. of Electrical and Electronic Eng., Tokushima University 2-1 Minami-Josanjima, Tokushima,
770-8506 Japan

E-mail: †{kumeno,nishio}@ee.tokushima-u.ac.jp

Abstract In this study, we investigate synchronization of parametrically excited van der Pol oscillators. In the case of three subcircuits, we confirm self-switching phenomenon of synchronization states when there is not phase difference of the functions corresponding to the parametric excitation. Additionally, we confirm that switching characteristics is changed by bonding force.

Key words Synchronization, Parametric excitation, van der Pol oscillator, Self-switching phenomenon

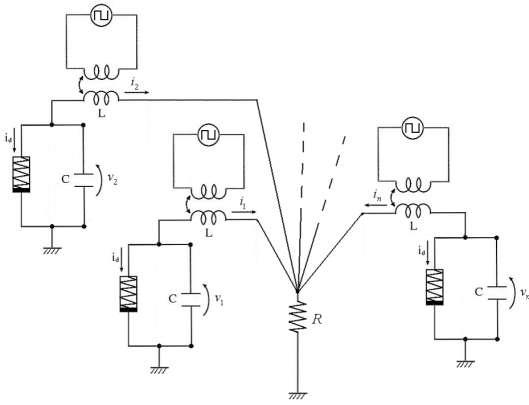
1. ま え が き

同期は自然の基本的な現象の一つであり、様々な分野にわたり観測される。そして結合発振器の同期現象の研究は、物理学 [1]、生物学 [2]、工学などの幅広い分野で行われている。この結合発振器の同期現象を調査することは現在解明されていない様々な自然現象の法則の解明につながるとされ、将来の工学応用のために重要だと考えられる。結合発振器の中でもファンデアポール発振器の結合系は系が単純で取り扱いが簡単なことなどから、多くの研究者によって研究されており、そのシステムに発生する同期は自然のリズム現象の同期をモデル化できる。また、パラメータ励振回路は共振回路の一つであり、日本の歴史的な計算機であるパラメロン計算機の論理素子として研究されてきた。パラメータ励振回路に発生する様々な非線形現象を調査することは記憶素子や論理素子として工学応用のために重要であると考えられている。パラメータ励振を含むシンプルな発振器において、非線形インダクタが飽和特性をもつとき概

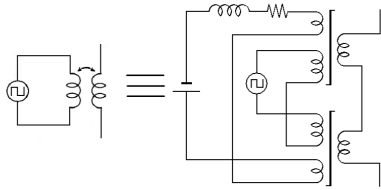
同期振動が発生することはすでに文献 [3] に報告されており、カオスの発生についても文献 [4], [5] などに言及されている。本研究では、我々はパラメータ励振ファンデアポール発振器の結合系における同期現象を調査する。このシステムにおいてコンピュータシミュレーションを行い、様々な種類の同期現象が発生することを確認した。2個の部分回路を結合した場合は逆相同期が観測された。また3個の部分回路を結合した場合は、初期値によって3個の部分回路が同相同期、3個のうち2個の部分回路が同相同期、そして同期の自己スイッチング現象が観測された。

2. 回路モデル

本研究で用いる回路モデルを図1に示す。このシステムは n 個の同じパラメータ励振ファンデアポール発振器が一つの抵抗 R で結合された形で表される。この回路は時変インダクタを含み、その時間変化は次式で表し、その回路図を図1(b)に示す。



(a) 抵抗で結合されたパラメータ励振を含むファンデアポール回路.



(b) 時変インダクタ.

図 1 回路モデル.

$$L = L_0 \gamma(\tau). \quad (1)$$

本研究では $\gamma(\tau)$ は図 2 のような矩形波で表される場合を対象とし、その振幅と角周波数は α 、 ω とする。

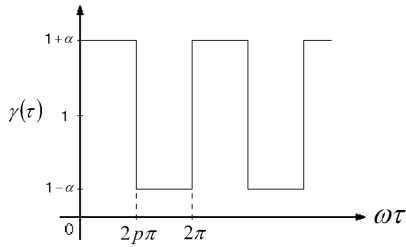


図 2 パラメータ励振を表す関数.

非線形抵抗の $v - i$ 特性は次の式により近似する。

$$i_d = -g_1 v_k + g_3 v_k^3. \quad (2)$$

次の変数変換とパラメータを用いることにより、

$$\begin{aligned} t &= \sqrt{L_0 C} \tau, & v_k &= \sqrt{\frac{g_1}{g_3}} x_k, & \delta &= \sqrt{\frac{C}{L_0}} R, \\ i_k &= \sqrt{\frac{g_1}{g_3}} \sqrt{\frac{C}{L_0}} y_k, & \varepsilon &= g_1 \sqrt{\frac{L_0}{C}}, \end{aligned} \quad (3)$$

正規化された回路方程式は次式で与えられる。

$$\begin{cases} \frac{dx_k}{d\tau} = \varepsilon(x_k - x_k^3) - y_k \\ \frac{dy_k}{d\tau} = \frac{1}{\gamma(\tau)} x_k - \delta \sum_{j=1}^n y_j. \end{cases} \quad (4)$$

図 3 は個々の部分回路で得られる分岐図である。個々の部分回路においてパラメータ ε を変化させることで周期的アトラクタ、

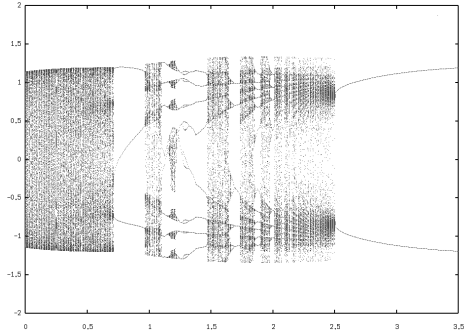


図 3 個々の部分回路による分岐図. 横軸: ε . 縦軸: x . $\alpha = 0.95$, $\omega = 1.50$.

準周期的アトラクタそしてカオスのアトラクタが観測される。

図 4 は個々の部分回路で観測されるカオスのアトラクタの例である。ポアンカレセクションは “ $\omega\tau = 2n\pi$ ” としている。

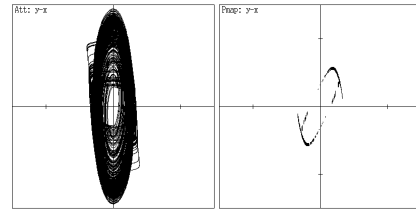


図 4 個々の部分回路から得られるカオス的なアトラクタとポアンカレマップの例, $\alpha = 0.95$, $\omega = 1.50$, $\varepsilon = 1.5$.

3. 2 個の部分回路を結合した場合

この節では、 $n = 2$ の場合を考える。2 個のパラメータ励振を含むファンデアポール回路を一つの抵抗で結合する。まず、パラメータを $\varepsilon = 1.50$, $\alpha = 0.95$, $\omega = 1.50$, $\delta = 0.80$ で一定とし、矩形波の位相差を変化させる。このパラメータで 2 個の部分回路はそれぞれカオスを発生する。図 5 はコンピュータによるシミュレーション結果を示す。図 5(a) が示すように、位相差が無いとき、2 個の部分回路は逆相で完全に同期する。しかしながら、位相差が増えていくと、二つの部分回路は同期が外れていく (図 5(b) 参照)。

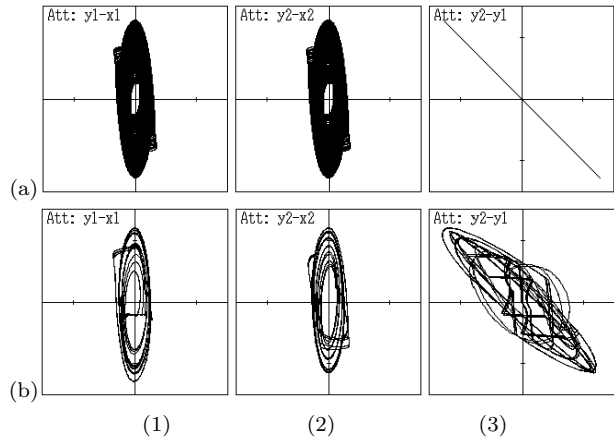


図 5 アトラクタと位相差. $\varepsilon = 1.50$, $\alpha = 0.95$, $\omega = 1.50$, $\delta = 0.80$. 矩形波の位相差: (a) 0, (b) $\pi/20$, (c) $\pi/4$, (d) π . (1) $x_1 - y_1$. (2) $x_2 - y_2$. (3) $y_1 - y_2$.

また、それぞれの部分回路が周期波形を発生するようにパラメータを設定したときでも、上記と同様の現象が見られた。

4. 3 個の部分回路を結合した場合

この節では $n = 3$ の場合を考える。まず、それぞれの部分回路のパラメータ励振に与える矩形波に位相差が無いとする。図 6 と図 7 は $\varepsilon = 1.50$, $\alpha = 0.95$, $\omega = 1.50$, $\delta = 0.80$ のときのコンピュータによるシミュレーション結果を示す。このとき、初期値によって 3 つの部分回路が同相同期、2 個の部分回路が同相同期、同期の自己スイッチング現象が確認される。3 個の部分回路の初期値が等しいとき 3 個の部分回路が同相同期する (図 6(a))。3 個のうち 2 個の部分回路の初期値が等しいとき 2 個の部分回路が同相同期する (図 6(b))。3 個の部分回路の初期値がそれぞれ別のとき、同期の自己スイッチング現象が観測された (図 7)。図 7 の上段は各部分回路のアトラクタを、下段は部分回路間の位相差を示す。そして、同期状態 (a)、(b) と (c) は時間で切り替わる。図 7(a) と図 8(a) が示すように、部分回路 2 は他の 2 個の回路と逆相同期する。しかしながら、時間がたつにつれて、部分回路 1 が部分回路 3 の振幅が小さくなっていく (図 8(2) では部分回路 3)、そして最終的には同期のパターンが別のパターンへ変化する。パターン変化後は図 7(b) と図 8(b) が示すように、変化前に部分回路 2 と逆相同期していたもう一つの部分回路が他の 2 個の部分回路と逆相同期する。そして次はパターン変化前に他の 2 個の部分回路と逆相同期していた部分回路 2 の振幅が小さくなっていく。さらに時間がたつと次のスイッチングが起こる。

部分回路のパラメータが一定だと見なしたとき、スイッチングスピードは結合係数 δ に関係する。結合係数 δ が小さいとき結合力が弱いので、スイッチングスピードが速い (10(a))。そして結合係数 δ を増やすとスイッチングスピードが遅くなる (10(b))。さらに加えて、同期の自己スイッチング現象は、個々

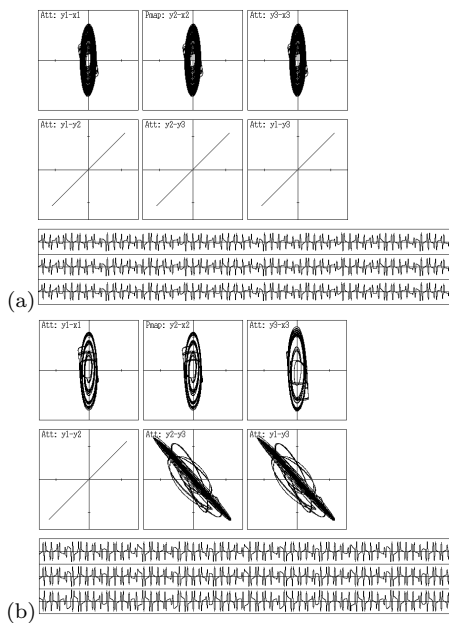


図 6 2,3 個の部分回路が同相同期。 $\varepsilon = 1.50$, $\alpha = 0.95$, $\omega = 1.50$, $\delta = 0.80$ 。

の部分回路が周期的アトラクタを発生させている $\varepsilon = 1.35$ のときでもまた観測される。しかしながら、パラメータ ε が小さいとき、同期の自己スイッチング現象は観測されずに、初期値によって決まる一組の部分回路が逆相に同期する。従って、同期の自己スイッチング現象はパラメータ ε に関係し、そしてそのスイッチングスピードは結合係数 δ に関係する。図 9 はスイッチングの滞在周期の平均と標準偏差を示す。滞在時間の平均と標準偏差は結合強度に比例する。また、結合強度は同期のスイッチングパターンにも影響を与える。図 11 に一定の自己スイッチングの推移パターンをとる確率を示す。結合強度がある程度より大きいと自己スイッチングで同期する部分回路の推移パターンは初期値によって決まっている。例えば図 8(1) なら同期状態が (a)(b)(c) の順で繰り返し変化していく。しかし、結合強度が小さいと推移するパターンに誤差が生じる。

次に、矩形波に位相差があった場合を考える。パラメータ $\varepsilon = 1.50$, $\alpha = 0.95$, $\omega = 1.50$, $\delta = 0.30$ を一定にし、部分回路の矩形波の位相差を $2\pi/3$ と $4\pi/3$ とする。この場合、同期の自己スイッチング現象は発生せず、3 個のうち 2 個の部分回路が逆相に同期する。

一組の逆相同期した部分回路は矩形波の位相の順番によって決まる。また、逆相同期している回路とと残りの回路、例えば図 12(a) では部分回路 1 と 2 は位相が約 $\pi/4$ ずれている。

5. ま と め

本研究では、パラメータ励振ファンデアポール発振器の結合

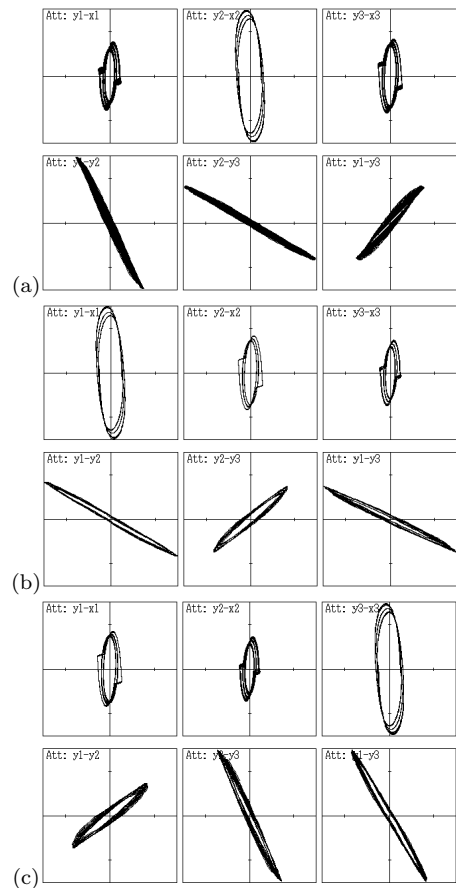


図 7 自己スイッチング現象のアトラクタと位相差。 $\varepsilon = 1.50$, $\alpha = 0.95$, $\omega = 1.50$, $\delta = 0.80$ 。

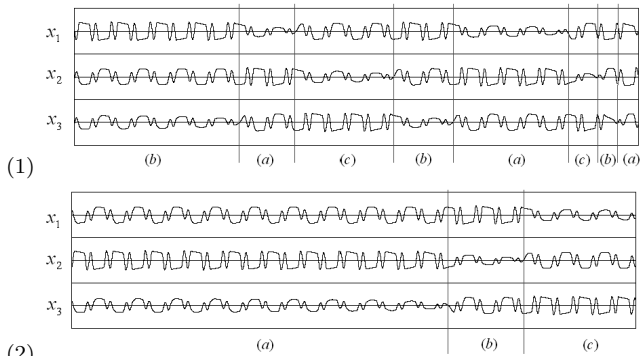
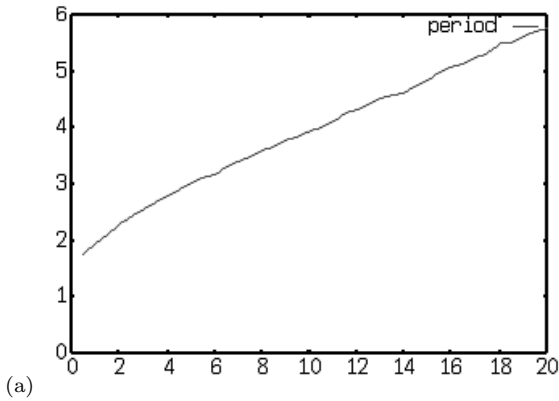
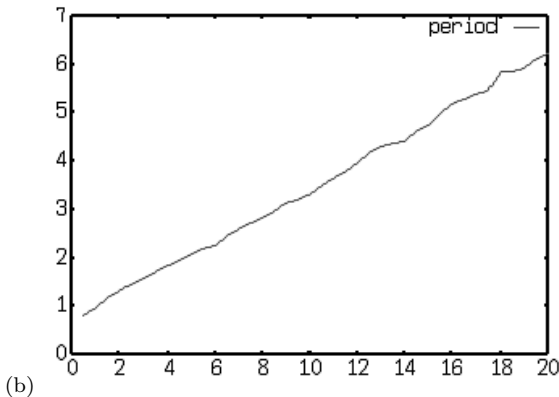


図 8 自己スイッチングの時系列. $\varepsilon = 1.50$, $\alpha = 0.95$ and $\omega = 1.50$.
(1) $\delta = 0.80$. (2) $\delta = 20.00$.



(a)



(b)

図 9 自己スイッチングの滞在時間の平均周期と標準偏差. 横軸: δ . 縦軸: period. $\varepsilon = 1.50$, $\alpha = 0.95$ and $\omega = 1.50$. (a) 平均. (b) 標準偏差.

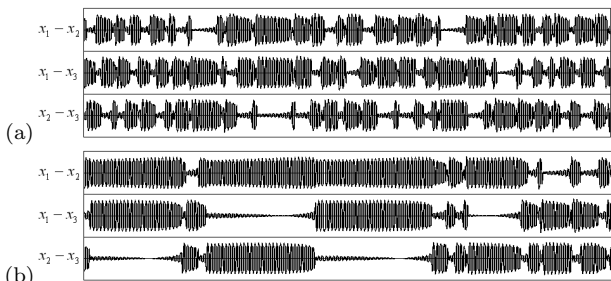


図 10 部分回路間における x の差の時系列. $\varepsilon = 1.50$, $\alpha = 0.95$ and $\omega = 1.50$. (a) $\delta = 0.80$. (b) $\delta = 20.0$.

系にみられる同期について調査した。2 個、または、3 個の部分回路の場合にコンピュータシミュレーションを行い、発生する様々なカオスの同期現象を確認した。2 個の部分回路の場合、パラメータ励振を表す関数の位相差に関する同期現象を確認した。そのとき 2 個の部分回路は逆相に同期する。3 個の部分回路を結合した場合、パラメータ励振を表す関数に位相差が無

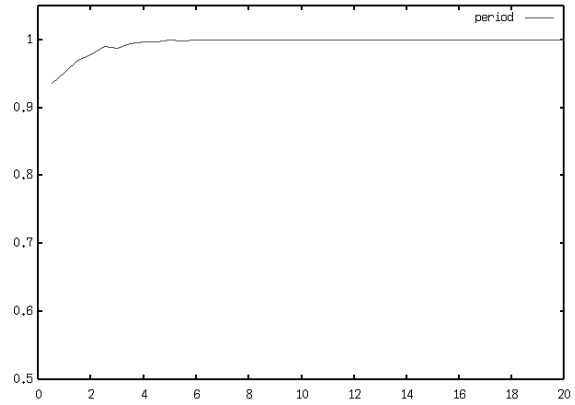


図 11 決まったスイッチングパターンをとる確率. $\varepsilon = 1.50$, $\alpha = 0.95$ and $\omega = 1.50$.

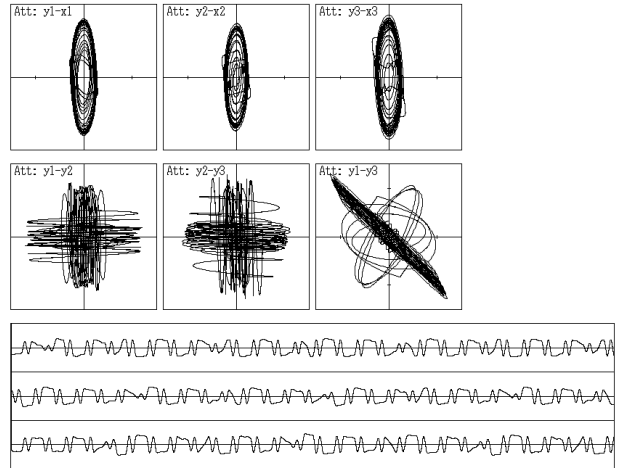


図 12 各部分回路の矩形波に位相差があったときのアトラクタ, 位相差, 時系列. $\varepsilon = 1.50$, $\alpha = 0.95$, $\omega = 1.50$, $\delta = 0.30$. 矩形波の位相差: $2\pi/3$, $4\pi/3$.

かったとき同期の自己スイッチング現象が発生する。そして自己スイッチング現象の特徴に結合強度が様々な影響を与えることを確認した。また他方、パラメータ励振を表す関数に位相差があった場合、3 個のうちの 2 個の部分回路は逆相に同期する。

謝辞

本研究は矢崎科学技術振興記念財団の援助を受けて実施されたものである。

文 献

- [1] I. Belykh, M. Hasler, M. Laurent and H. Nijmeijer, "Synchronization and graph topology," Int. J. Bifurcation and Chaos, vol.15, no.11, pp.3423-3433, Nov. 2005.
- [2] J. Cosp, J. Madrenas, E. Alarcon, E. Vidal and G. Villar, "Synchronization of nonlinear electronic oscillators for neural computation," IEEE Trans. Neural Networks, vol.15, no.5, pp.1315-1327, Sep. 2004.
- [3] C. Hayashi, "Nonlinear Oscillations in Physical Systems," Chap. 11, McGraw-Hill, New York (1964).
- [4] C. Hayashi, M. Abe, K. Oshima and H. Kawakami, "The method of mapping as applied to the solution for certain types of nonlinear differential equations," Ninth International Conference on Nonlinear Oscillations, Kiev (Aug-Sept.1981).
- [5] M. Inoue, "A Method of Analysis for the Bifurcation of the Almost Periodic Oscillation and the Generation of Chaos in a Parametric Excitation Circuit," Trans. of IEICE, vol. J68-A, no. 7, pp. 621-626, 1985.