

抵抗で結合されたパラメータ励振ファンデアポール発振器

糸野 紘範[†] 西尾 芳文[†]

[†] 徳島大学工学部 電気電子工学科 〒770-8506 徳島県徳島市南常三島町 2-1

E-mail: †{kumeno,nishio}@ee.tokushima-u.ac.jp

あらまし この研究では、パラメータ励振ファンデアポール発振器の同期について調査している。2つ、または、3つの部分回路を結合した場合においてコンピュータシミュレーションを行い、様々なカオスの同期現象の発生を確認した。2つの部分回路を結合した場合、各部分回路のパラメータ励振を表す関数間の位相差が変化したときに、それによって影響される同期現象を確認した。そのとき2つの部分回路は逆相に同期する。3つの部分回路を結合した場合、パラメータ励振を表す関数に位相差が無かったとき同期の自己スイッチング現象を確認した。他方、パラメータ励振を表す関数に位相差があった場合、3つのうちの2つの部分回路が逆相に同期する。

キーワード Synchronization, Parametric excitation, van der Pol oscillator, Self-switching phenomenon

Hironori KUMENO[†] and Yoshifumi NISHIO[†]

[†] Dept. of Electrical and Electronic Eng., Tokushima University 2-1 Minami-Josanjima, Tokushima, 770-8506 Japan

E-mail: †{kumeno,nishio}@ee.tokushima-u.ac.jp

Abstract In this study, we investigate synchronization of parametrically excited van der Pol oscillators. By carrying out computer calculations for two or three subcircuits case, we confirm that various kinds of synchronization phenomena of chaos are observed. In the case of two subcircuits, we confirm that synchronization phenomena are related to phase difference of the functions corresponding to the parametric excitation. Then the two subcircuits are synchronized at the opposite-phase. In the case of three subcircuits, we confirm self-switching phenomenon of synchronization states when there is not phase difference of the functions corresponding to the parametric excitation. On the other hand, when there is phase difference, two of the three subcircuits are synchronized at the opposite-phase.

Key words Synchronization, Parametric excitation, van der Pol oscillator, Self-switching phenomenon

1. ま え が き

同期は自然の基本的な現象の一つであり、様々な分野にわたって観測される。そこで、規則的な状態をもつ発振器やカオス的な状態をもつ非線形発振器の様々な組み合わせの結合系に発生する同期現象を調査することで、他の分野における同期現象を電気回路における同期現象でモデル化することができると考えられている。そして、ファンデアポール発振器の結合系は非線形発振器の結合系の一つであるが、系が単純で取り扱いが簡単なことなどから多くの研究者によって研究されている。また、パラメータ励振回路は共振回路の一つであり、パラメータ励振回路に発生する様々な非線形現象を調査することは未来の工学応用のために重要であると考えられている。パラメータ励振を含むシンプルな発振器において、非線形インダクタが飽和特性をもつとき概周期振動が発生することはすでに文献 [1] に報告

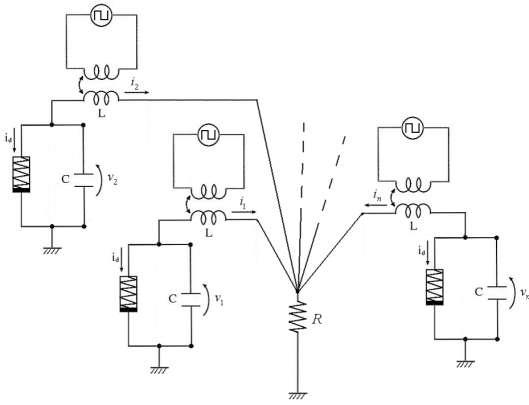
されており、カオスの発生についても文献 [2], [3] などに言及されている。我々はこれまでパラメータ励振ファンデアポール発振器に発生する複雑現象についての研究を行っており、この系においてカオス的な現象が発生することを確認している。本研究では、我々はパラメータ励振ファンデアポール発振器の結合における同期現象を調査する。

2. 回路モデル

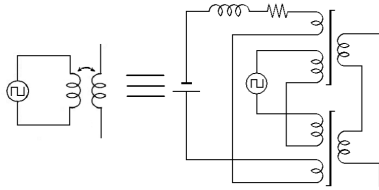
本研究で用いる回路モデルを図 1 に示す。このシステムは n 個の同じパラメータ励振ファンデアポール発振器が一つの抵抗 R で結合された形で表される。この回路は時変インダクタを含み、その時間変化は次式で表し、その回路図を図 1(b) に示す。

$$L = L_0\gamma(\tau). \quad (1)$$

本研究では $\gamma(\tau)$ は図 2 のような矩形波で表される場合を対象



(a) 抵抗で結合されたパラメータ励振を含むファンデアポール回路.



(b) 時変インダクタ.
図 1 回路モデル.

とし、その振幅と角周波数は α 、 ω とする。

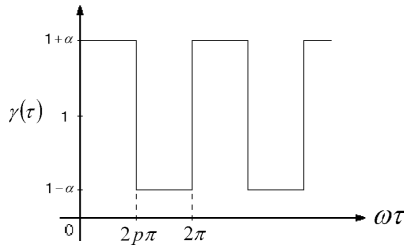


図 2 パラメータ励振を表す関数.

非線形抵抗の $v-i$ 特性は次の式により近似する。

$$i_d = -g_1 v_k + g_3 v_k. \quad (2)$$

次の変数変換とパラメータを用いることにより、

$$\begin{aligned} t &= \sqrt{L_0 C} \tau, & v_k &= \sqrt{\frac{g_1}{g_3}} x_k, & \delta &= \sqrt{\frac{C}{L_0}} R, \\ i_k &= \sqrt{\frac{g_1}{g_3}} \sqrt{\frac{C}{L_0}} y_k, & \varepsilon &= g_1 \sqrt{\frac{L_0}{C}}, \end{aligned} \quad (3)$$

正規化された回路方程式は次式で与えられる。

$$\begin{cases} \frac{dx_k}{d\tau} = \varepsilon(x_k - x_k^3) - y_k \\ \frac{dy_k}{d\tau} = \frac{1}{\gamma(\tau)} x_k - \delta \sum_{j=1}^n y_j. \end{cases} \quad (4)$$

図 3 は個々の部分回路で得られる分岐図である。個々の部分回路においてパラメータ ε を変化させることで周期的アトラクタ、準周期的アトラクタそしてカオスのアトラクタが観測される。

図 4 は個々の部分回路で観測されるカオスのアトラクタの例である。ポアンカレセクションは " $\omega\tau = 2n\pi$ " としている。

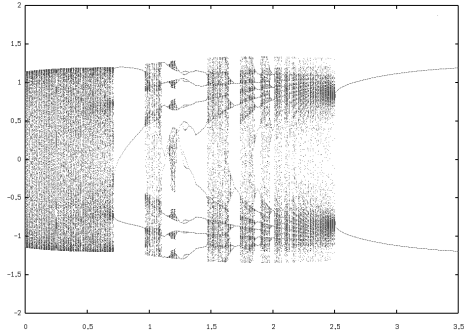


図 3 個々の部分回路による分岐図. 横軸: x . 縦軸: ε . $\alpha = 0.95$, $\omega = 1.50$.

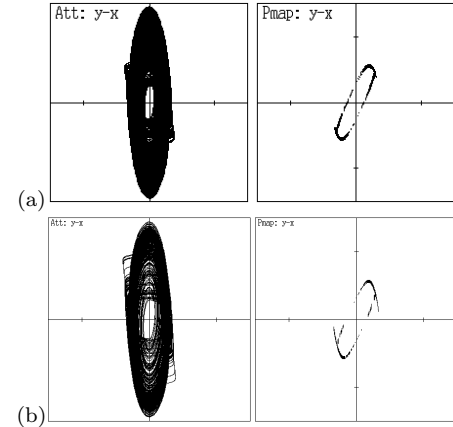


図 4 個々の部分回路から得られるカオスのアトラクタとポアンカレマップの例, $\alpha = 0.95$, $\omega = 1.50$. (a) $\varepsilon = 1.0$. (b) $\varepsilon = 1.5$.

3. 2つの部分回路の場合

この節では、 $n = 2$ の場合を考える。2つのパラメータ励振を含むファンデアポール回路を一つの抵抗で結合する。まず、パラメータを $\varepsilon = 1.50$, $\alpha = 0.95$, $\omega = 1.50$, $\delta = 0.80$ で一定とし、矩形波の位相差を変化させる。このパラメータで2つの部分回路はそれぞれカオスを発生する。図 5 はコンピュータによるシミュレーション結果を示す。図 5(a) が示すように、位相差が無いとき、二つの部分回路は逆相で完全に同期する。しかしながら、位相差が増えていくと、二つの部分回路は同期が外れていく (図 5(b)、(c) 参照)。

次に、パラメータを $\varepsilon = 1.35$, $\alpha = 0.95$, $\omega = 1.50$, $\delta = 0.80$ で一定とし矩形波の位相差を変化させる。このパラメータのとき2つの部分回路は周期波形を発生する。図 6 はコンピュータによるシミュレーション結果を示す。同様に、図 6(a) に示すように、位相差が無いとき二つの部分回路は逆相で完全に同期する。そして位相差が増えていくと、2つの部分回路は同期が外れていく (図 6(b), (c), (d) 参照)。加えて、図 6(b) に示すようにカオスのアトラクタが得られている。個々の部分回路の状態にもかかわらず、位相差によってカオスのアトラクタの発生と消滅が観測された。

4. 3つの部分回路の場合

この節では $n = 3$ の場合を考える。図 7 は $\varepsilon = 1.50$, $\alpha = 0.95$, $\omega = 1.50$, $\delta = 0.80$ で矩形波に位相差が無いときのコンピュータによるシミュレーション結果を示す。この場合、同期の自己

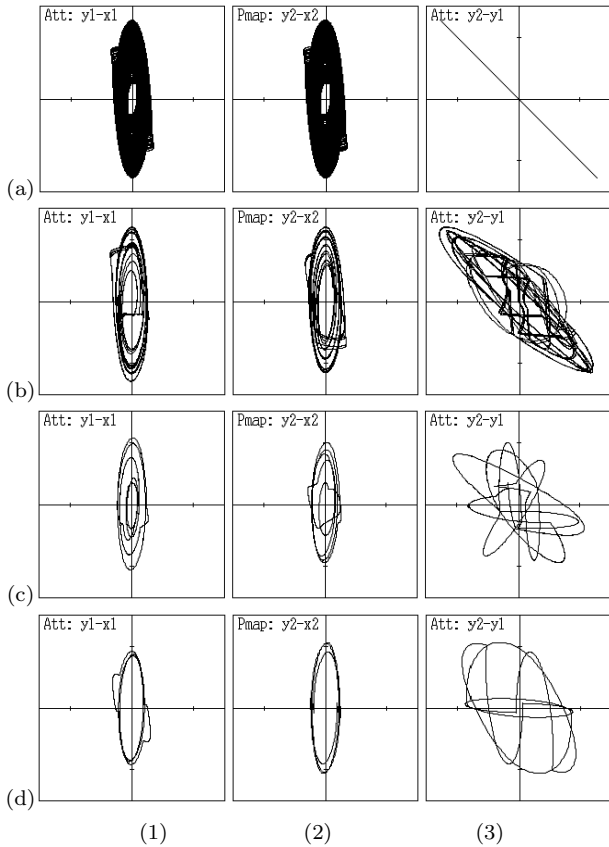


図5 アトラクタと位相差. $\varepsilon = 1.50$, $\alpha = 0.95$, $\omega = 1.50$, $\delta = 0.80$.
 矩形波の位相差: (a) 0, (b) $\pi/20$, (c) $\pi/4$, (d) π . (1) $x_1 - y_1$.
 (2) $x_2 - y_2$. (3) $y_1 - y_2$.

スイッチング現象が観測された。図7(a)が示すように、部分回路1と2は逆相に同期し、部分回路1と3が逆相同期する。しかしながら、時間が経過すると同期のパターンが変化する。そして、図7(b)が示すように、部分回路1と2が逆相に同期し、部分回路2と3が逆相に同期する。更に時間が経過すると、部分回路1と3が逆相に同期し部分回路2と3が逆相に同期する(図7(c)参照)。部分回路のパラメータが一定だと見なしたとき、スイッチングスピードは結合係数 δ に関係する。もし結合係数 δ が小さいとき結合力が弱い。故にスイッチングスピードが速い。結合係数 δ を増やすとスイッチングスピードが遅くなる。さらに加えて、同期の自己スイッチング現象は、個々の部分回路が周期的アトラクタを発生させている $\varepsilon = 1.35$ のときでもまた観測される。しかしながら、パラメータ ε が小さいとき、同期の自己スイッチング現象は観測されずに、初期値によって決まる一組の部分回路が逆相に同期する。従って、同期の自己スイッチング現象はパラメータ ε に関係し、そしてそのスイッチングスピードは結合係数 δ に関係する。個々の部分回路で発生するアトラクタを比較すると、 $\varepsilon = 1.5$ のときのアトラクタの一部の振幅が $\varepsilon = 1.0$ のときより大きくなっている。自己スイッチング現象の発生はこの一部の振幅の違いが関係していると考えられる。

次に、矩形波に位相差があった場合を考える。パラメータ $\varepsilon = 1.50$, $\alpha = 0.95$, $\omega = 1.50$, $\delta = 0.30$ を一定にし、部分回路の矩形波の位相差を $2\pi/3$ と $4\pi/3$ とする。この場合、同期の

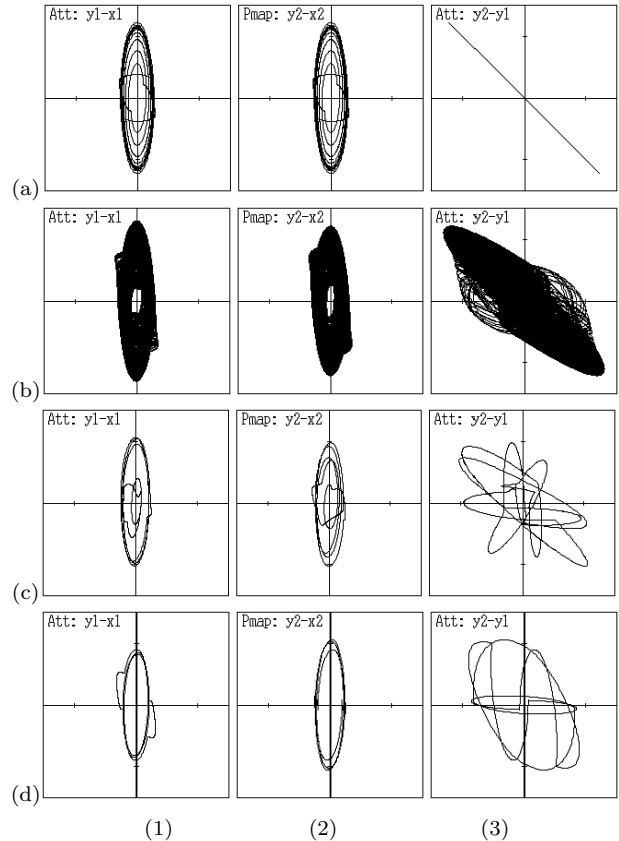


図6 アトラクタと位相差. $\varepsilon = 1.35$, $\alpha = 0.95$, $\omega = 1.50$, $\delta = 0.80$.
 矩形波の位相差: (a) 0, (b) $\pi/20$, (c) $\pi/4$, (d) π . (1) $x_1 - y_1$.
 (2) $x_2 - y_2$. (3) $y_1 - y_2$.

自己スイッチング現象は観測されない。図8は3つのタイプの違う同期状態を示す。これらの3つの同期状態は、与える矩形波の違った位相のパターンによって観測することが出来る。3つのうち2つの部分回路が逆相に同期する。一組の逆相同期した部分回路は矩形波の位相の順番によって決まる。また、逆相同期している回路とと残りの回路、例えば図8(a)では部分回路1と2は位相が約 $\pi/4$ ずれている。

5. ま と め

この研究では、パラメータ励振ファンデアポール発振器の結合系にみられる同期について調査した。2つ、または、3つの部分回路の場合にコンピュータシミュレーションを行い、発生する様々なカオスの同期現象を確認した。2つの部分回路の場合、パラメータ励振を表す関数の位相差に関係する同期現象を確認した。そのとき2つの部分回路は逆相に同期する。3つの部分回路の場合、ただの3つのファンデアポールでは3相同期するのに対して、3つの結合されたパラメータ励振を含むファンデアポール発振器は、パラメータ励振を表す関数に位相差が無かったとき同期の自己スイッチング現象を発生する。また他方、パラメータ励振を表す関数に位相差があった場合、3つのうちの2つの部分回路は逆相に同期する。

謝辞

本研究は矢崎科学技術振興記念財団の援助を受けて実施されたものである。

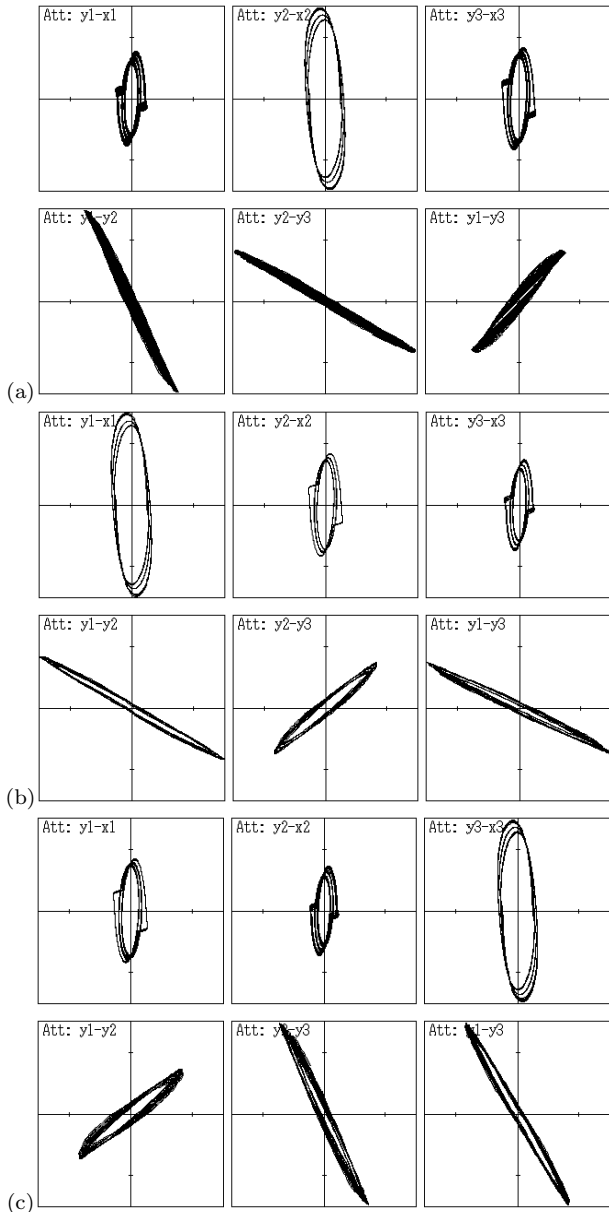


図7 アトラクタと位相差. $\varepsilon = 1.50$, $\alpha = 0.95$, $\omega = 1.50$, $\delta = 0.80$.

文 献

- [1] C. Hayashi, "Nonlinear Oscillations in Physical Systems," Chap. 11, McGraw-Hill, New York (1964).
- [2] C. Hayashi, M. Abe, K. Oshima and H. Kawakami, "The method of mapping as applied to the solution for certain types of nonlinear differential equations," Ninth International Conference on Nonlinear Oscillations, Kiev (Aug.-Sept.1981).
- [3] M. Inoue, "A Method of Analysis for the Bifurcation of the Almost Periodic Oscillation and the Generation of Chaos in a Parametric Excitation Circuit," Trans. of IEICE, vol. J68-A, no. 7, pp. 621-626, 1985.

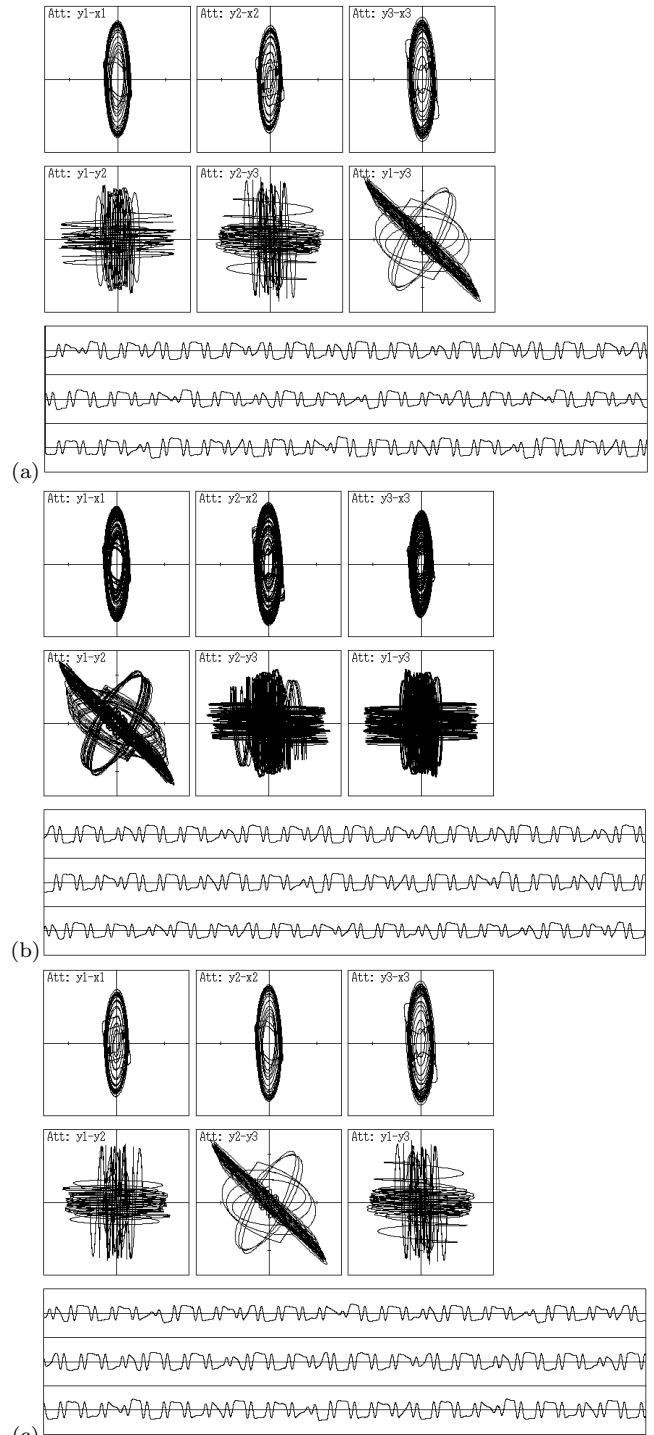


図8 アトラクタ, 位相差, 時系列. $\varepsilon = 1.50$, $\alpha = 0.95$, $\omega = 1.50$, $\delta = 0.30$. 矩形波の位相差: $2\pi/3$, $4\pi/3$.