社団法人　電子情報通信学会
THE INSTITUTE OF ELECTRONICS,
INFORMATION AND COMMUNICATION ENGINEERS

信学技報
TECHNICAL REPORT OF IEICE.

スケーリング則を利用した ノイズ注入型 Hopfield NN による組合せ最適化問題の解法

多田　佳史†　　上手　洋子†　　西尾　芳文†

† 徳島大学工学部 電気電子工学科　〒 770-8506 徳島市南常三島 2-1
E-mail: †{y-tada,uwate,nishio}@ee.tokushima-u.ac.jp

あらまし　組合せ最適化問題は、問題の規模が大きくなると、解の総数が指数関数的に増加し、総解を求める方法を用いると、計算時間が長くなり、実質的には計算不可能である。組合せ最適化問題の解法のひとつとして、Hopfield NN を用いる方法が提案されている。しかし、この方法を用いると、ネットワークは局所解に陥ってしまい、最適解を求めることができない。ネットワークの局所解脱出のために、ニューロンにノイズを注入する方法が提案されている。本研究では、解探索能力の向上のために、スケーリング則を利用したノイズ注入型 Hopfield NN を提案する。コンピュータシミュレーションを用いて、提案手法による二次割り当て問題の解探索能力について調査を行う。

キーワード　Hopfield NN, Chaos noise, QAP, Scaling law

Hopfield NN Using Scaling Law for Quadratic Assignment Problem

Yoshifumi TADA†, Yoko UWATE†, and Yoshifumi NISHIO†

† Faculty of Engineering, Tokushima University,　2-1 Minami-Josanjima, Tokushima, 770-8506 Japan
E-mail: †{y-tada,uwate,nishio}@ee.tokushima-u.ac.jp

Abstract　If the scale of the combinatrial optimization problem becomes large, the problem can not be solved by method of searching all solutions. Hopfield Neural Network is one of the important tool of solving combinatorial optimization problem. However, the network finds a local minimum, and can not escape from there. Many researchers proposed the method adding some kinds of noises to the Hopfield Neural Network. In this study, we propose the injecting scaling law noise to Hopfield Neural Network for improvement of the ability. We investigate effective search with Hopfield Neural Network using scaling law for quadratic assignment problem.

Key words　Hopfield NN, Chaos noise, QAP, Scaling law

1. まえがき

組合せ最適化問題の解法として、Hopfield Neural Network (abbr. NN) [1] を用いる方法が提案されている。この方法は Hopfield NN のエネルギー最小化原理にしたがい最適解を求めることができる。しかし、多くの場合、解が局所解に陥ってしまい、局所解から脱出することができず最適解を求めることができない。この問題を回避するために Hopfield NN にさまざまなノイズを注入する方法が提案されている。早川と澤田らはロジスティック写像より得られる 3 周期窓付近のインターミッテンシーカオスノイズを用いると最も良い性能を示すと報告している [2]。我々は過去の研究において Hopping chaos と呼ばれる一定の場所に留まるとノイズの振幅が変化するノイズを提案した [3]。この方法を用いることにより、ネットワークは多くの最良解を求めることができた。しかし、この方法は難しい問題において最適解を求めるには有効ではない。

スケールフリーネットワークは Barabasi らによって発見され [4]、ネットワークの性質を評価する研究が多岐の分野にわたり行われた。図 1 にスケールフリーネットワークモデルを示す。スケールフリーネットワークにおいて、多くのノードは少数のリンクしか存在せず、少数のノードのみが多くのリンクを持っているネットワークである。つまり、少数の重要なノードが多くのリンクを持っている。このノード数とリンク数の関係を図 2 に示す。数学的にはスケールフリーネットワークはべき法則によって特徴づけられる。スケールフリーネットワークは多くの研究分野 (工学、経済学、社会科学等) で確認されている。我々は同様にニューラルネットワーク分野の発展に重要な役割を果たすと期待している。

本研究ではスケーリング則に乗っ取った振幅の異なるノイズを Hopfield NN に注入する方法を提案する。ノイズを注入す

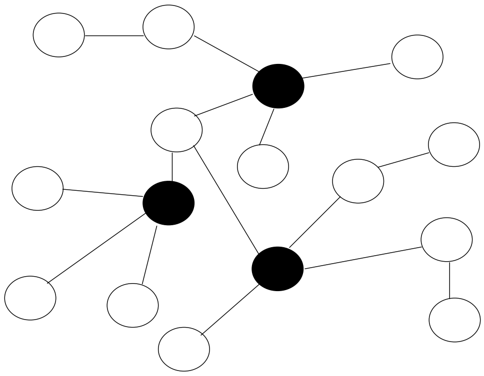

図 1　スケールフリーネットワークモデル

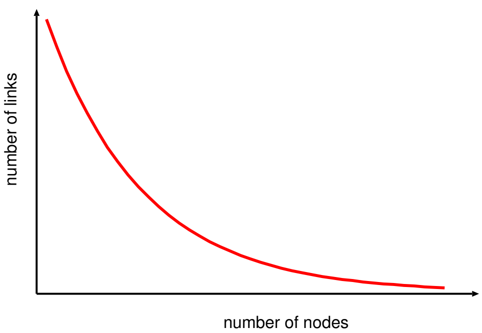

図 2　スケールフリー分布

ることは局所解脱出に対し有効である。しかし、同時にエネルギー最小化原理のじゃまをしていると考えられる。もし、振幅の小さいノイズを重要なニューロンに注入し、振幅の大きなノイズを重要ではないニューロンに注入すると、最適解付近を効率良く探索することができると考えられる。本研究ではスケーリング則に乗っ取ったノイズを注入した Hopfield NN による QAP の解探索能力について調査を行う。コンピュータシミュレーションを用いて提案手法が QAP の解法として有効であることを確認する。

2. QAP を解く Hopfield NN

NP-困難な組合せ最適化問題である QAP を解くためのさまざまな方法が提案されている。工場配置問題を例にして QAP を説明する。この問題は各工場を各都市にどのように配置すれば最も効率が良いかを求める問題である。条件は distance 行列 D と flow 行列 F の二つの行列によって与えられ、順列 P は式 (1) の関数 $f(p)$ の値を小さくすることに該当する。

$$f(P)=\sum_{\mathrm{i}=1}^{N}\sum_{\mathrm{j}=1}^{N}C_{\mathrm{ij}}D_{\mathrm{p(i)p(j)}}, \tag{1}$$

C_{ij} と D_{ij} は C,D 行列の i,j 番目の要素、$p(i)$ はベクトル p の i 番目のニューロン、N は問題のサイズである。これらは式 によって公式化され、多くの現実問題に応用されている。Hopfield NN で要素数 N の QAP を解くには $N{\times}N$ のニューロンが必要である。この時のエネルギー関数は以下の式 (2) で定義される。

$$E=\sum_{\mathrm{i,m}=1}^{N}\sum_{\mathrm{j,n}=1}^{N}w_{\mathrm{im;jn}}x_{\mathrm{im}}x_{\mathrm{jn}}+\sum_{\mathrm{i,m}=1}^{N}\theta_{\mathrm{im}}x_{\mathrm{im}}. \tag{2}$$

ニューロン間は互いにシナプス結合によって結合されている。(i,m) 番目のニューロンと (i,n) 番目のニューロンの結合係数、(i,m) 番目の閾値は以下の式 (3) で記述される。

$$w_{\mathrm{im;jn}}=-2\left\{A(1-\delta_{\mathrm{mn}})\delta_{\mathrm{ij}}\ +B\delta_{\mathrm{mn}}(1-\delta_{\mathrm{ij}})+\frac{C_{\mathrm{ij}}D_{\mathrm{mn}}}{q}\right\} \tag{3}$$

$$\theta_{\mathrm{im}}=A+B \tag{4}$$

ここで、A と B は正の定数。δ_{ij} はクロネッガーのデルタである。$N{\times}N$ ニューロンの状態の非同期更新は以下の式 (5) で表される。

$$x_{\mathrm{im}}(t+1)=f\left(\sum_{\mathrm{j,n}=1}^{N}w_{\mathrm{im;jn}}x_{\mathrm{im}}(t)x_{\mathrm{jn}}(t)\ -\theta_{\mathrm{im}}+\beta z_{\mathrm{im}}(t)\right) \tag{5}$$

f はシグモイド関数で式 (6) で示される。

$$f(x)=\frac{1}{1+\exp\left(-\frac{x}{\epsilon}\right)} \tag{6}$$

3. ノイズの生成

この節では、Hopfield NN に注入するカオスノイズについて説明する。本研究ではロジスティック写像 式 (7) により生成される 3 周期窓付近のインターミッテンシーカオスノイズを使用する。

$$\hat{l}_{\mathrm{im}}(t+1)=\alpha_l(t)(1-\hat{l}_{\mathrm{im}}(t)). \tag{7}$$

コントロールパラメータ α_l を変化させると式 (7) は周期倍分岐を経てカオス的にふるまう。さらに、ロジスティック写像はよく知られているように周期窓の直前にインターミッテンシーカオスと呼ばれる間欠性のバーストを作り出す。図 3 に 3 周期窓直前のインターミッテンシーカオスの例を示す。図 3 より、カオス時系列はほぼ 3 周期の周期的なふるまいをするラミナー部と分布が不変区間にひろがるバースト部から構成されていることがわかる。コントロールパラメータ α_l の値を少しずつ大きくしていくとラミナー部の占める割合が増えていき最後には 3 周期窓が表れる。

インターミッテンシーカオスを注入する時は、式 (8) の正規化を行う。

$$l_{\mathrm{im}}(t+1)=\frac{\hat{l}_{\mathrm{im}}(t)-\bar{y}}{\sigma_l} \tag{8}$$

$\bar{l}$ と σ_l は $\hat{l}(t)$ の平均と標準偏差である。

4. スケーリング則ノイズ

QAP を解く場合、与えられた問題に応じて重要な都市とあまり重要ではない都市が存在するのではないかと考えられる。

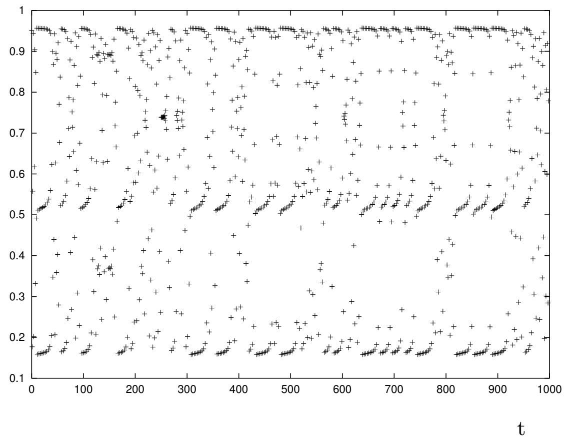

図 3　インターミッテンシーカオス時系列 ($\alpha_l = 3.8274$)

つまり、各問題を解くにあたりいくつかの重要となる都市が存在し、それをうまく配置することがより良い解を求めるのに重要だと考えられる。ノイズを注入することにより、ネットワークの最小化原理を妨げると考えられ、重要な都市を示すニューロンには大きな振幅のノイズを注入しないほうが良いと考えられる。本研究では、スケーリング則と重要な都市をコンセプトにスケーリング則ノイズを注入する方法を提案する。図 4 に N 要素の QAP を解く Hopfield NN モデルを示す。各列のニューロンは各都市を示す。ニューロンに注入するスケーリング則ノイズの振幅は式 (9) によって決定する。

$$\beta = U^{n_C} \tag{9}$$

U は 0 から 1 の間の定数であり、n_C は列の数である。線形関数との比較のために、式 (9) より得られる最大値 β_{max} は線形関数と同じ値になるように設定する。さらに、従来の方法と比較を行うために、スケーリング則の平均値と従来の方法の振幅 β_0 をそろえる。

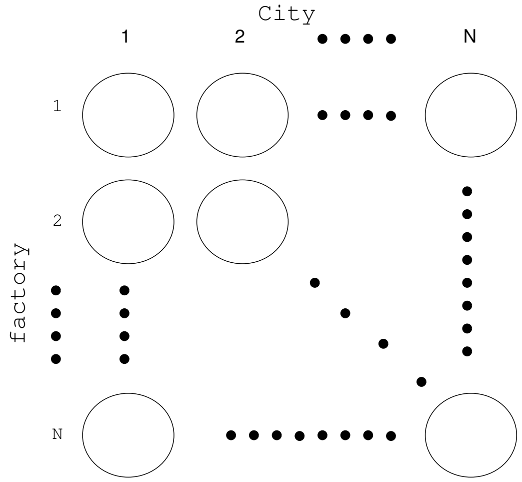

図 4　N 要素の QAP を解く Hopfield NN モデル.

しかし、QAP を解くにあたり、どの都市が重要な都市なのか? 我々にはどの都市が重要な都市なのか知る方法がない。そこで、各列を並び替える方法を提案する。このアルゴリズムでは、各更新において、最初に発火するニューロンの存在する列を記憶する。何度か更新を行い、最も最初に発火するニューロンが多く発生した列を右から一列目に並べ替える。次に、多く最初に発火するニューロンが発生した列を右から二番目の列に並べ替える。この作業を続けると、右側から最初に発火するニューロンの発生頻度が多い順番に列が入れ換わる。

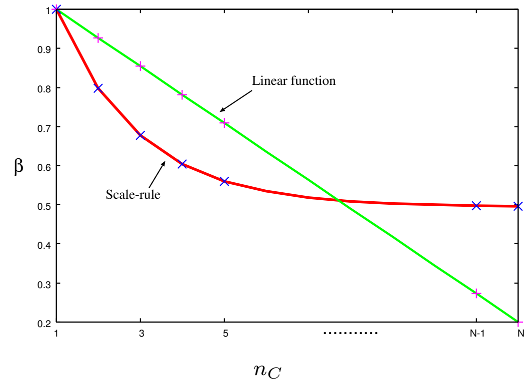

図 5　スケール則に従ったノイズの振幅

5.　シミュレーション結果

この節では 12 要素の QAP へのスケーリング則ノイズを注入した Hopfield NN のシミュレーション結果を示す。問題は $QAPLIB$ より $Nug12$ という問題を選択した。この問題の最適解は 578 である。Hopfield NN のパラメータは $A = 0.9$, $B = 0.9$, $q = 140$, $\varepsilon = 0.2$ に設定した。シミュレーション結果は 10000 回更新を 100 回行い、その平均を示す。従来の方法のノイズの振幅を調節するパラメータは $\beta_0 = 0.6$ である。ロジスティック写像のコントロールパラメータは $\alpha_l = 3.8274$ である。スケーリング則と線形関数の最大値 $\beta_{max} = 1.0$ に設定した。スケーリング則のパラメータは $U = 0.6$ に固定した。

表 1　シミュレーション結果 (Nug12)

更新回数	従来	スケール則	線形
1000	632.96	617.96	623.86
2000	623.30	613.32	616.12
3000	619.82	608.50	612.54
4000	616.18	605.78	609.68
5000	613.56	603.02	607.54
6000	612.68	600.94	606.20
7000	611.74	598.84	604.94
8000	610.48	597.82	604.12
9000	610.30	596.74	603.24
10000	609.96	**595.84**	602.36

次に、$Tai12a$ という問題に挑戦した。この問題の最適解は 224416 である。Hopfield NN のパラメータは $A = 0.9$, $B = 0.9$, $q = 16000$, $\varepsilon = 0.02$ である。この問題では 40000 回更新を 100 回行い、その平均をシミュレーション結果として示している。また、Hopfield NN 以外のパラメータは $\beta_0 = 0.5$, $\alpha_l = 3.82676$, $\beta_{max} = 1.3$, $U = 0.5$ である。

表 1,2 に $Nug12$ と $Tai12a$ の各更新回数において、求めら

表 2　シミュレーション結果 (Tai12a)

更新回数	従来	スケール則	線形
4000	252624.44	242148.18	244849.92
8000	251337.90	239571.98	242123.36
12000	250291.38	238373.66	240738.44
16000	249638.16	237750.34	239504.80
20000	249520.72	237236.76	238803.02
24000	249495.62	236733.68	238198.66
28000	249458.04	236347.96	237838.76
32000	249335.58	236021.02	237469.98
36000	249228.40	235834.22	237209.98
40000	249225.84	**235549.42**	237121.14

れた最も良い解の平均値を示す。これらの結果より、提案手法は従来の方法より良い結果を得ることができた。また、スケーリング則ノイズは線形ノイズよりも良い結果を得ることができた。$Nug12$ ではすべての方法で最適解を求めることができた。しかし $Tai12a$ については従来の方法では最適解を求めることはできなかったが、提案手法ではスケーリング則、線形ノイズ共に最適解を求めることができた。

最後にスケーリング則の勾配を変化させた性能を確認する。図 6 より U を変化させ U の値が大きくなるにつれて、スケーリング則は線形関数に類似することが確認できる。

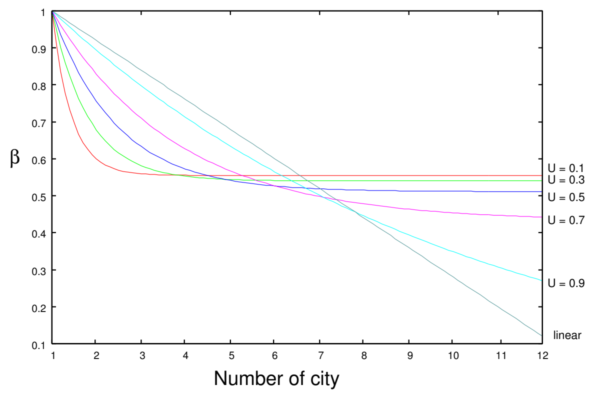

図 6　U を変化させたノイズの振幅

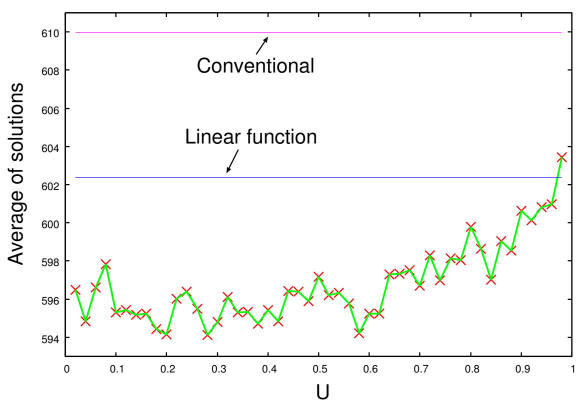

図 7　シミュレーション結果 (Nug12)

図 7、8 の結果より、スケーリング則において U の値が大き

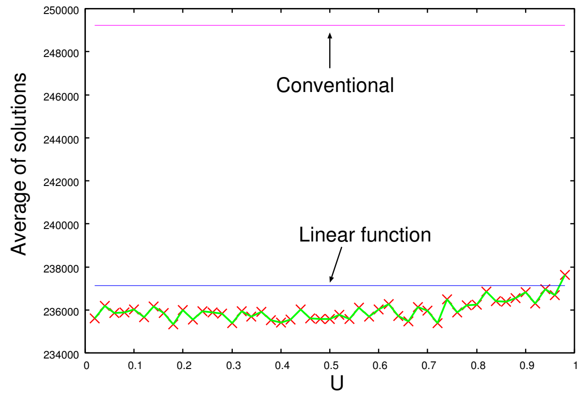

図 8　シミュレーション結果 (Tai12a)

くなり線形関数に相似するあたり以外では線形関数より良い性能を示している。また $U = 1.0$ は線形関数と同様の意味を示している。

6. ま と め

本研究では、重要な都市とスケーリング則を元に提案したスケーリング則ノイズを Hopfield NN に注入する手法を提案した。また、ニューロンの各列を並び替える方法を組み合わせることにより、重要な都市には振幅の小さなノイズ、あまり重要ではない都市には振幅の大きなノイズを注入した。コンピュータシミュレーションを用いて QAP をスケーリング則ノイズを注入した Hopfield NN を用いて解探索能力の調査を行った。提案手法が QAP を解く手法として有効であることを確認した。

文　献

[1] J.J. Hopfield, “Neurons with graded response have collective computational properties like those of two-state neurons,” Proc. Natl. Acad. Sci. USA, vol.81, pp.3088–3092, 1984.

[2] Y. Hayakawa and Y. Sawada, “Effects of the chaotic noise on the performance of a neural network model for optimization problems,” Physical Review E, vol.51, no.4, pp.2693–2696, Apr. 1995.

[3] Y. Tada, Y. Uwate and Y. Nishio, “Effective search with hopping chaos for Hopfield neural networks solving QAP,” Proc. ISCAS’07, pp.1783-1786, May 2007.

[4] Barabasi, Albert-Laszlo and A. Reka, “Emergence of scaling in random networks,” Science, 286:509-512, Oct. 1999.

[5] R.E. Berkard, S.E. Karisch and F. Rendl, “QAPLIB – a quadratic assignment problem library,” `http://www.opt.math.tu-graz.ac.at/qaplib`