

伝送線路を持つ Chua 回路のクロストークによる同期現象

Synchronization of Chua's Circuits with Transmission Lines Linked by Cross Talk

中阿地有紀¹
Yuki Nakaaji

西尾芳文²
Yoshifumi Nishio

徳島大学大学院 工学研究科 電気電子工学専攻¹
Department of Electrical and Electronic Engineering, Graduate School of Engineering, Tokushima University
徳島大学大学院 ソシオテクノサイエンス研究部²
Institute of Technology and Science, Tokushima University

1 はじめに

近年、カオス回路の結合系に見られる同期現象の研究が盛んであり、カオス通信やカオス暗号方式などカオス回路の工学的応用の重要な基礎研究として注目されている。本研究では、カオス回路の中でも有名な回路である Chua 回路(図 1)を調査した。Chua 回路は 1 つのキャパシタと 1 つの線形抵抗と LC 共振器と Chua ダイオードと呼ばれる非線形抵抗から成る回路であり、非線形抵抗の式は次のよう表される。ここで、 m_0 、 m_1 と m_2 は区分線形のそれぞれの傾きを表し、 B_{p1} と B_{p2} はブレイクポイントを表す。

$$i_R = m_2 v_1 + 0.5(m_0 - m_1)[|v_1 + B_{p1}| - |v_1 - B_{p1}|] + 0.5(m_1 - m_2)[|v_1 + B_{p2}| - |v_1 - B_{p2}|], \quad (1)$$

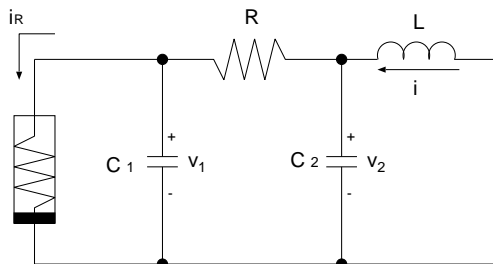


図 1 Chua 回路

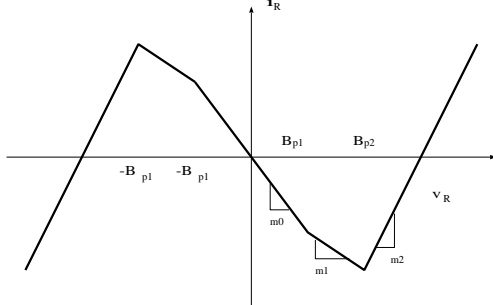


図 2 非線形抵抗の $v-i$ 特性

これまでに、LC 共振器を伝送線路に置き換えた遅延時間を含む Chua 回路の研究がされているが [1]、本研究では、伝送線路を含む Chua 回路を 2 つ並べた時に、その伝送線路でみられるクロストーク現象による 2 つの回路の同期現象について調査する。

2 同方向に結合した場合

我々は伝送線路を適当な数で離散化して集中定数回路としてみなし、さらにクロストーク現象の影響として相

互インダクタや相互キャパシタでそれぞれを結合した。その回路図を図 3 と図 4 に示す。この回路モデルの正規

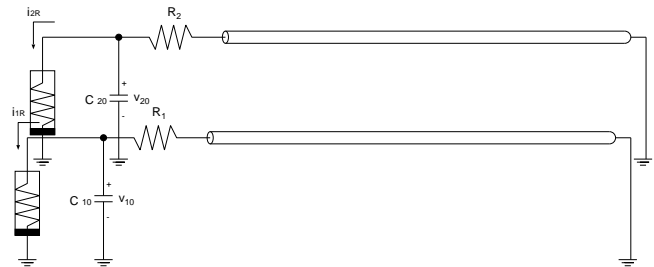


図 3 2 つの伝送線路を持つ Chua 回路

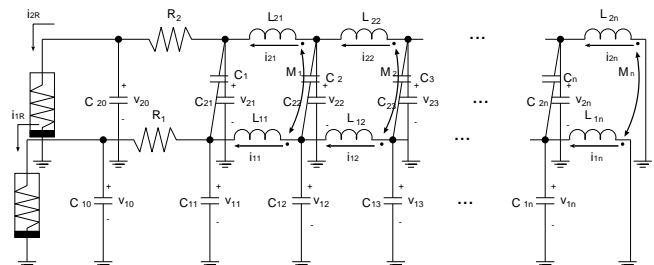


図 4 伝送線路を離散化した回路モデル

化された式は次のように表され、4 次の Runge-Kutta 法によりコンピューターシミュレーションをした結果は図 5 と図 6 のようになる。これらの結果より、相互インダクタで結合した場合は逆相で同期し、相互キャパシタで結合した場合は同相で同期する事を確認した。

$$\begin{aligned} \dot{x}_{10} &= x_{11} - x_{10} - f(x_{10}) \\ \dot{x}_{11} &= \alpha_{11}(y_{11} - x_{11} + x_{10}) - \beta_{11}(y_{21} - x_{21} + x_{20}) \\ \dot{x}_{1k} &= \alpha_{1k}(y_{1k} - y_{1(k-1)}) - \beta_{1k}(y_{2k} - y_{2(k-1)}) \\ \dot{x}_{20} &= \zeta(x_{21} - x_{20} - f(x_{20})) \\ \dot{x}_{21} &= \alpha_{21}(y_{21} - \zeta(x_{21} - x_{10})) - \beta_{21}(y_{11} - x_{11} + x_{10}) \\ \dot{x}_{2k} &= \alpha_{2k}(y_{2k} - y_{2(k-1)}) - \beta_{2k}(y_{1k} - y_{1(k-1)}) \\ \dot{y}_{jl} &= \gamma_{jl}(x_{j(l+1)} - x_{jl}) + \beta_l(x_{(j+1)(l+1)} - x_{jl}) \end{aligned} \quad (2)$$

ここで、 $x_{j(n+1)} = 0$ 。

$$f(x_{j0}) = c_j x_{j0} + 0.5(a_j - b_j)(|x_{j0} + 1| - |x_{j0} - 1|) + 0.5(b_j - c_j)(|x_{j0} + d_j| - |x_{j0} - d_j|), \quad (3)$$

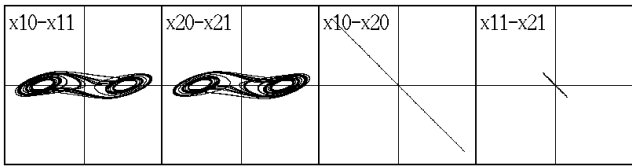


図 5 相互インダクタで結合した場合のシミュレーション結果 ($\gamma=1.0$, $\beta_l=4.0$)

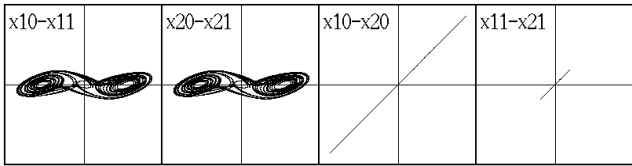


図 6 相互キャパシタで結合した場合のシミュレーション結果 ($\gamma=1.0$, $\beta_{jk}=0.092$)

3 逆方向に結合した場合

同様の手法で、2つの Chua 回路を逆方向から結合した場合を調査した。その回路図は図 7 と図 8 のようになる。また、クロストーク現象の影響として相互インダ

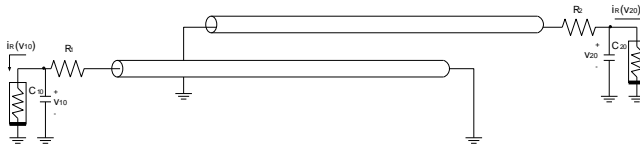


図 7 2つの伝送線路を持つ Chua 回路を逆方向に並べた回路図

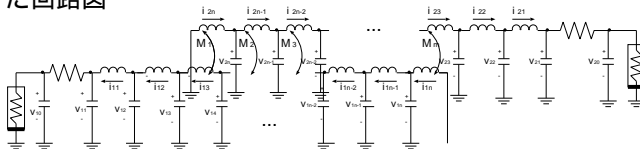


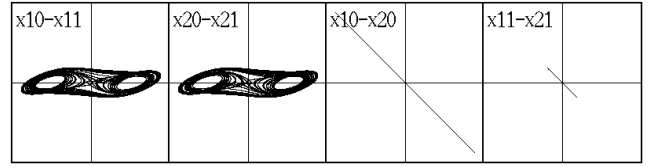
図 8 クロストーク現象を相互インダクタで表した回路モデル

クタで結合した場合のシミュレーション結果を図 9 に示す。ここで、 β は結合の強さを示しており、 m は伝送線路部分の重なり具合を示している。つまり、 $m = 10$ は伝送線路部分のすべての相互インダクタが結合されている事を意味し、 $m = 5$ は伝送線路部分が半分だけ影響している事を意味し、 $m = 1$ は端の相互インダクタのみでつながっている事を意味する。これらの結果より、逆方向から結合しているにもかかわらず、2つの回路は逆同期をする事を確認した。

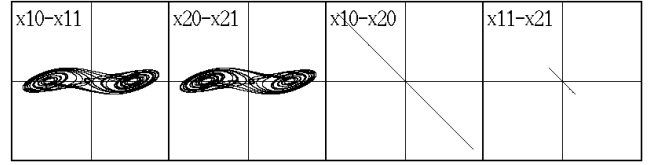
4 同期平面上の解

同期平面上の解を探索するために、次のように新しく変数を定義する。

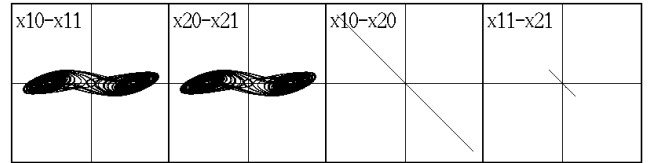
$$\begin{aligned} p_{jk} &= x_{1k} - x_{2k} \\ q_{jk} &= y_{1k} - y_{2k} \end{aligned} \quad (4)$$



(a) $m = 10$, $\beta = 6.5$



(b) $m = 5$, $\beta = 9$



(c) $m = 1$, $\beta = 14$

図 9 相互インダクタで結合した場合のシミュレーション結果

この変数を用いることにより、回路方程式は次のように得られる。

$$\begin{aligned} \dot{p}_{j0} &= \frac{C_{j0}}{C_{j1}} p_{j1} - p_{j0} - f(p_{j0}) \\ \dot{p}_{j1} &= \alpha_{j1}(q_{j1} - p_{j1} + p_{j0}) \\ \dot{p}_{j2} &= \alpha_{j2}(q_{j2} - q_{j1}) - \beta_{jk}(q_{(j+1)(n-1)} - q_{(j+1)n}) \\ \dot{p}_{j3} &= \alpha_{j3}(q_{j3} - q_{j2}) - \beta_{jk}(q_{(j+1)(n-2)} - q_{(j+1)(n-1)}) \\ &\vdots \\ \dot{p}_{jk} &= \alpha_{jk}(q_{jk} - q_{j(k-1)}) - \beta_{jk}(q_{(j+1)1} - q_{(j+1)2}) \\ \dot{q}_{jl} &= \gamma_{jl}(p_{j(l+1)} - p_{jl}) \end{aligned} \quad (5)$$

$p_{jk} = q_{jk} = 0$ は上の式を満たすので、同期平面状に解が存在する事が理論的に示された。また、 $r_{jk} = x_{1k} + x_{2k}$ 、 $s_{jk} = y_{1k} + y_{2k}$ についても同様の議論が成り立つ事を確認しており、これは逆同期平面状にも解が存在する事を示している。

5 おわりに

本研究で、我々は無損失伝送線路を持つ2つの Chua 回路について調べた。クロストーク現象の影響として相互インダクタや相互キャパシタでモデル化し、コンピュータシミュレーションをした結果、興味深い現象を確認できた。今後の課題として、同期平面上の解の安定性を調査する事により、今回確認した現象を裏づける事である。

参考文献

[1] J. Kawata, Y. Nishio and A. Ushida, "Analysis of Chua's Circuit with Transmission Line," *IEEE Transactions on Circuits and Systems I*, vol. 44, no. 6, pp. 556-558, 1997.