

## インターミッテンシー・カオスの連想メモリニューラルネットワークへの応用

Application of Intermittency Chaos for Associative Memory

上手 洋子  
Y. Uwate  
(徳島大学)

西尾 芳文  
Y. Nishio  
(徳島大学)

池口 徹  
T. Ikeguchi  
(埼玉大学)

## 1. はじめに

組み合わせ最適化問題を解く Hopfield NN にノイズを注入する方法が提案されており、なかでも、カオスノイズの 3 周期窓付近が最もよい性能を得られると報告されている。

本研究では、連想記憶を行う Hopfield NN にインターミッテンシー・カオスをノイズとしてネットワークに注入した際の収束性能について調査を行う。コンピュータシミュレーションによって、インターミッテンシー・カオスを注入することで想起の収束速度が向上することを確認する。またインターミッテンシー・カオスの良さを明らかにするために、マルコフ・チェーンによってインターミッテンシー・カオスのモデリングを行う。マルコフ・チェーンによって得られる時系列でもインターミッテンシー・カオスと同様の良い性能が得られることを確認する。

## 2. Hopfield NN を用いた連想記憶の解法

Hopfield NN はエネルギー関数の極小点を与える状態に収束するように動作する。このような特性をうまく利用すると、連想記憶の実現が可能になる。ここでは、Hopfield NN のニューロンを 2 次元に配置して、その出力値 (0,1) の作る 2 値パターンを想起する画像として扱う。想起させたい画像に対し、ネットワークのパラメータをうまく決めることができれば、不完全な 2 値パターンをネットワークの初期状態としたときに、記憶させておいた完全な 2 値パターンを想起させることが可能となる。

$M$  個のパターンを記憶させたネットワークのエネルギー関数は以下の式で定義される。

$$E = -\frac{1}{2} \sum_{i \neq j} w_{ij} x_j - \sum_i \theta_i x_i \quad (1)$$

連想記憶を実現するための  $i$  番目のニューロンと  $j$  番目のニューロンの結合係数  $w_{ij}$ 、 $i$  番目のニューロンのしきい値  $\theta_i$  は以下の式で記述される。

$$w_{ij} = \begin{cases} \sum_{m=1}^M (2x_{mi} - 1)(2x_{mj} - 1) & (i \neq j) \\ 0 & (i = j) \end{cases} \quad (2)$$

$$\theta_i = 0$$

次に、ニューロンの状態は以下の式で非同期に更新する。

$$x_i(t+1) = f \left( \sum_{j=1}^M w_{ij} x_j(t) + \theta_i + \beta z_i \right) \quad (3)$$

ここで  $z_i$  はネットワークに注入するノイズで、 $\beta$  はノイズの振幅を調整するパラメータである。また関数  $f$  はシグモイド関数を用いた。本研究では、ニューロンの出力値が 0.5 以上で発火とみなす。

## 3. カオスノイズ

本研究では、次式のロジスティックマップで生成されるカオス時系列をカオスノイズとして用いる。

$$\hat{z}_{im}(t+1) = \alpha \hat{z}_{im}(t)(1 - \hat{z}_{im}(t)). \quad (4)$$

コントロールパラメータ  $\alpha$  を変化させると式 (4) は周期倍分岐を経てカオス的にふるまう。図 1(a) にインターミッテンシー・カオスの時系列を示す。

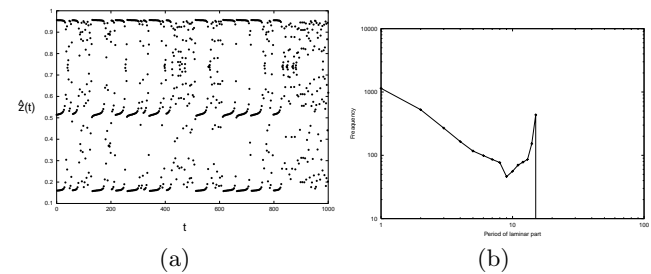


図 1: インターミッテンシー・カオス ( $\alpha = 3.827940$ ). (a) 時系列. (b) ラミナー部の持続時間長.

## 4. マルコフ・チェーン・モデリング

マルコフ・チェーンのモデリングについては以前に提案した手法を用いる [1]。まず、ラミナー部の持続時間長 (サイクル数) の分布をカウントした。ロジスティックマップを 100000 回繰り返し間に発生したラミナー部のおおのの持続時間長の頻度を図 1(b) に示す。この図より、その分布は簡単なスケールリング則に従っていないことがわかる。我々は、この性質がインターミッテンシー・カオスの特性を最も特徴づけるものであると考える。

インターミッテンシー・カオスの上述の特性をモデリングするために、図 2 に示すようなマルコフ・チェーンモデルを提案する。ここで、 $P(S_k|S_l)$  は状態が  $S_l$  から  $S_k$  に移り変わる確率で、

$$P(S_{k+1}|S_k) + P(S_0|S_k) = 1 \quad (k = 0 \sim L-1) \quad (5)$$

を満足しなければならない。このマルコフ・チェーンモデルでは  $S_0$  はバースト部に対応し、 $S_1 \sim S_L$  の状態はラミナー部の 1 サイクル  $\{0.956, 0.160, 0.514\}$  に対応する。そして、 $S_k$  の添字の  $k$  はその時のラミナー部の持続時間長を表す。

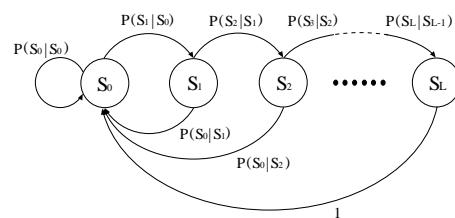


図 2: マルコフ・チェーン・モデル.

図 2(a) に  $L = 15$  のときのマルコフ・チェーンモデルにより得られた時系列を示す。得られた時系列の統計的な特性を調

べるために、ラミナー部の持続時間長を計算した。その結果を図 2(b) に示す。図 2(b) の結果は図 1(b) とよく似ていることが分かる。

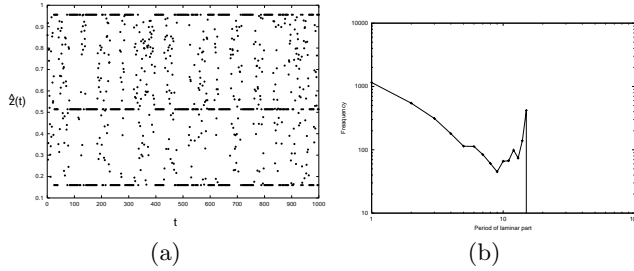


図 3: マルコフ・チェーン ( $L=15$ ). (a) 時系列. (b) ラミナー部の持続時間長.

## 5. 解析結果

本研究では、記憶パターンとして、ランダムに生成される  $20 \times 20$  の 2 値のパターンを用いる。ここでパターン間の距離の定義としては、ハミング距離  $d_H$  を用いる。全ての記憶パターンから、あるハミング距離だけ離れたパターンを初期パターンとして生成する。図 4 は、記憶パターン数を 5、初期パターンとのハミング距離を 150 として連想記憶を行った結果である。横軸が時間、縦軸がハミング距離である。図 4 の (a) はインターミッテンシー・カオスノイズを注入した場合、(b) は完全に発達したカオスノイズを注入した場合、(c) はノイズなしの場合を示している。図からわかるように、ノイズなしでは収束しておらず、想起ができていないのに対して、ノイズを用いると振動しながらも収束し、想起できている。特に、インターミッテンシー・カオスノイズの方が、完全に発達したカオスノイズよりも速く想起できているのがわかる。

次に、収束速度を 10 段階で評価する  $S_{conv}$  を提案する。 $S_{conv}$  は式 (6) で定義される。 $S_{conv}$  の値が 1.0 に近いほど、速く収束したことを表す。先ほど提案したマルコフ・チェーンモデルがインターミッテンシー・カオスをうまく模擬できていることを明らかにするために、この評価方法において双方のノイズを比較する。

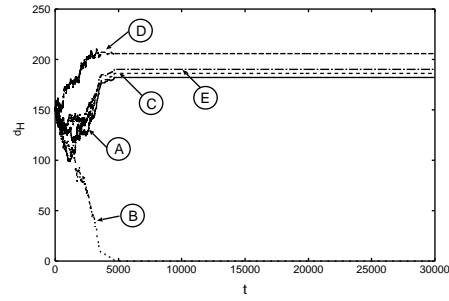
$$S_{conv} = 1.0 - \frac{\min[\text{収束時間}, \text{Repeat}]}{\text{Repeat}} \quad (6)$$

$\text{Repeat}$  はネットワークの総更新回数であり、本研究では 50000 回とした。ここで、インターミッテンシー・カオスの分岐パラメータ  $\alpha = 3.827940$  とし、これに対応するマルコフ・チェーンのラミナー部の持続時間長は  $L = 15$  の時系列をノイズとして注入した。また、ノイズの振幅を調整するパラメータは  $\beta = 50.0$  とし、Hopfield NN のパラメータは  $\varepsilon = 0.02$  とする。

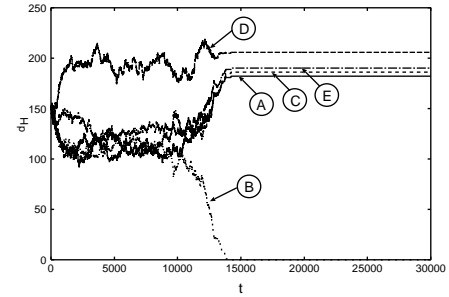
ハミング距離を可変とし、パターン数が 5 のときのインターミッテンシー・カオスとマルコフ・チェーンモデルの  $S_{conv}$  の結果を図 5 に示す。この結果から、マルコフ・チェーンモデルはインターミッテンシー・カオスと同様の性能を得ることがわかる。したがって、マルコフ・チェーンモデルはインターミッテンシー・カオスの持つ良い性質 (連想記憶を行う Hopfield NN における収束率、収束速度改善) を保持しているといえる。

## 6. まとめ

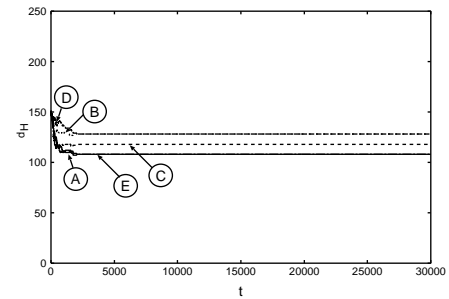
本研究では、連想記憶を行う Hopfield NN にインターミッテンシー・カオスをノイズとしてネットワークに注入した際の収束性能について調査を行った。コンピュータシミュレーションの結果、インターミッテンシー・カオスを注入することで想起の収束率、収束速度が向上することを確認した。またインター



(a) インターミッテンシー・カオスノイズ



(b) 完全に発達したカオスノイズ



(c) ノイズなし

図 4: シミュレーション結果 (5 パターン).

ミッテンシー・カオスの良さを明らかにするために、マルコフ・チェーンによってインターミッテンシー・カオスをモデリングする方法を提案し、マルコフ・チェーンによって得られる時系列でもインターミッテンシー・カオスと同様の性能を得ることがわかった。

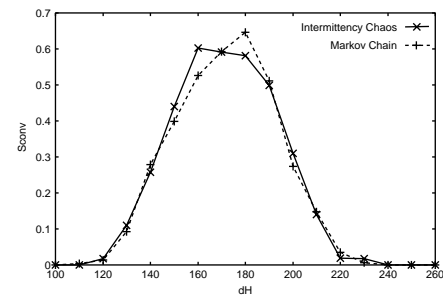


図 5:  $S_{conv}$  のシミュレーション結果 (5 パターン).

## 参考文献

- [1] 上手洋子, 西尾芳文, 牛田明夫, “インターミッテンシー・カオスのマルコフ・チェーンによるモデリング” 第 16 回 回路とシステム (軽井沢) ワークショップ論文集, pp. 13-18, 2003.