

周波数応答の近似を用いた伝送線路回路網の一解析手法

丹治 裕一[†] 西尾 芳文^{††} 島本 隆^{††} 牛田 明夫^{††}

A Method for Analysis of Transmission Line Networks Using Frequency Response Approximation

Yuichi TANJI[†], Yoshifumi NISHIO^{††}, Takashi SHIMAMOTO^{††}, and Akio USHIDA^{††}

あらまし 伝送線路回路網の離散フーリエ変換に基づく方法では、考慮すべき周波数成分の数は回路網の有効周波数と入力電源が制限される時間に依存する。したがって、解析される回路網の有効周波数が同じ場合でも入力電源が長時間にわたる場合には、多くの周波数成分を必要とし演算効率が悪くなるという欠点をもつ。これは、各周波数での応答を求めるために回路方程式をそのたびごとに求解しなければならないことが原因である。本論文では、回路方程式の求解を最小限にとどめ、代わりに周波数応答を近似する方法を提案する。近似法としては、3次スプライン関数による方法と離散フーリエ変換・逆変換による方法を用いており、数値計算例を通して、比較的小規模な問題に対しては高速シミュレーション手法として知られているモーメント・マッチング法と比較して演算効率が優れていることを示す。

キーワード 伝送線路回路網解析, 離散フーリエ変換・逆変換, 周波数応答の近似, 周波数領域における解法

1. ま え が き

近年、取り扱われる情報の量は膨大となり、これらを瞬時に処理する高機能なシステムの開発が盛んである。これらのシステムは高速信号処理回路の存在なしでは達成されず、これに伴う回路設計技術の発展が急務となっている。集積回路、プリント基板上の電子回路の高速動作は、半導体デバイスのスイッチング速度よりむしろ集積回路内やプリント基板上の配線の伝送線路としての影響（遅延、反射、クロストーク）によって制限される。一方、これらの回路の開発で用いられる汎用回路シミュレータでは伝送線路は離散化モデルとして取り扱われ、素子数が膨大となって実用的とはいえない。そこで、伝送線路のモデルである Telegraph の方程式を直接求解することが有利となる。

伝送線路回路網の解析手法として、伝達関数の有理関数近似に基づくモーメント・マッチング法は非常に

演算効率が優れている [1]。この方法によれば伝達関数は数回の回路方程式の求解によって構成できるため、大規模な回路に対しても効率良くその応答を求めることができる。しかしながら、得られた応答の解析精度は十分とはいえない。伝送線路回路網の正確な解析が必要である場合には、離散フーリエ変換の使用を前提とした周波数領域における解法 [4] が有効である。この方法は、電磁界解析の結果を取り扱える [5] など柔軟性をもった解析手法である。また、数値ラプラス変換・逆変換の一手法としても離散フーリエ変換は利用でき、伝送線路回路網の解析にも適用されている [6] ~ [8]。離散フーリエ変換による方法は、定常解析における手法に基づいている [9]。すなわち、入力波形を時間制限し、周期関数によって表す。これを離散フーリエ変換し、伝達関数との積から得られる周波数応答を離散フーリエ逆変換によって時間領域に戻す。考慮すべき周波数成分の数は入力電源が制限される時間と回路網の有効周波数に依存する。それゆえ、回路網の有効周波数が同じ場合でも入力電源が長時間にわたる場合には、多くの周波数成分を必要とし演算効率が極端に悪くなる。それは、各周波数での伝達関数の値を得るために、回路方程式をそのたびごとに求解しなければならないことが原因である。

[†] 上智大学電気電子工学科, 東京都
Department of Electrical & Electronics Engineering, Sophia University, 7-1, Kioi-cho, Chiyoda-ku, Tokyo, 102-8554 Japan

^{††} 徳島大学電気電子工学科, 徳島市
Department of Electrical & Electronics Engineering, Tokushima University, 2-1, Minami-Josanjima, Tokushima-shi, 770-8506 Japan

本論文では、周波数応答を近似することによって回路方程式の求解を必要最小限にとどめ、入力電源が長時間にわたる場合にも演算効率の低下を回避できる方法を提案する。近似法として、周波数応答を3次スプライン関数 [10] によって補間する方法と離散フーリエ変換・逆変換を用いる方法が与えられる。数値計算例では、比較的小規模な問題に対してはモーメント・マッチング法よりも演算効率が優れていることを確認した。

2. 周波数領域における伝送線路回路網の解析

SPICE を代表とする汎用回路シミュレータでは、回路網は修正節点方程式 [12] によって定式化される。そこで、周波数領域における伝送線路回路網の修正節点方程式を次のように記述する。

$$\mathbf{Y}(j\omega)\mathbf{X}(j\omega) = \mathbf{E}(j\omega) \quad (1)$$

ここで、 $\mathbf{Y}(j\omega)$ 、 $\mathbf{X}(j\omega)$ 、 $\mathbf{E}(j\omega)$ は、それぞれ、修正節点アドミタンス行列、節点電圧及び枝電流（インダクタ、独立電圧源、特に指定された枝の電流）、外部入力である。伝送線路回路網内に M 個の外部入力を仮定すると、 $\mathbf{E}(j\omega)$ は次のように表される。

$$\mathbf{E}(j\omega) = \sum_{k=1}^M \mathbf{C}_k E_k(j\omega) \quad (2)$$

ここで、 \mathbf{C}_k は外部入力 $E_k(j\omega)$ の接続を表すベクトルである。回路内の伝送線路の方程式

$$\mathbf{P}(j\omega)\mathbf{V}(j\omega) + \mathbf{Q}(j\omega)\mathbf{I}(j\omega) = \mathbf{0} \quad (3)$$

は、枝特性として式 (1) に含まれる [1]。ここで、 $\mathbf{V}(j\omega)$ 、 $\mathbf{I}(j\omega)$ は伝送線路のポート電圧、電流である。

式 (1) の解は式 (2) を用いて次のように表される。

$$\mathbf{X}(j\omega) = \sum_{k=1}^M \mathbf{Y}(j\omega)^{-1} \mathbf{C}_k E_k(j\omega) \quad (4)$$

指定された出力変数 $X(j\omega) \equiv X_i(j\omega)$ (式 (4) の i 行目) は、

$$X(j\omega) = \sum_{k=1}^M [\mathbf{Y}(j\omega)^{-1} \mathbf{C}_k]_{i-th \text{ row}} E_k(j\omega) \quad (5)$$

によって与えられる。したがって、回路内に複数の電源が含まれる場合には解の重ね合せが必要である。こ

こで、表記を簡潔にするために、回路内には一つの電源 $E(j\omega) \equiv E_1(j\omega)$ のみ含まれるとし、式 (5) を次のように書き直す。

$$\begin{aligned} X(j\omega) &= [\mathbf{Y}(j\omega)^{-1} \mathbf{C}_1]_{i-th \text{ row}} E_1(j\omega) \\ &= H(j\omega) E(j\omega) \end{aligned} \quad (6)$$

ここで、

$$H(j\omega) = [\mathbf{Y}(j\omega)^{-1} \mathbf{C}_1]_{i-th \text{ row}}$$

である^(注1)。

時間領域における応答を求めるために以下のような定義を行う。

$$X(j\omega) \leftrightarrow x(t), H(j\omega) \leftrightarrow h(t), E(j\omega) \leftrightarrow e(t)$$

大文字は周波数応答を小文字は時間応答を表している。ここで、 $h(t)$ はインパルス応答である。時間領域における応答 $x(t)$ は、畳込み積分

$$x(t) = \int_{-\infty}^{\infty} h(t-\tau)e(\tau)d\tau \quad (7)$$

によって与えられる [11]。しかしながら、式 (7) の直接的な離散化によって時間応答を求めることは過度な計算となるので、これを回避するために離散フーリエ変換を導入する。本論文では入力電源として、パルス波形のように時間制限可能なものを考える。そこで、入力電源 $e(t)$ に関する制限を $0 \sim t_m$ であるとする。一方、損失のある (lossy) 伝送線路を対象にする場合には、損失のない (lossless) 伝送線路とは異なり、インパルス応答は早く零に減衰し、その後は零状態を保ちつづける。そこで、インパルス応答も同様に時刻 t_m によって制限できると仮定し、 $0 \sim t_m$ の区間でインパルス応答 $h(t)$ 及び入力電源 $e(t)$ に一致する周期関数 $h_{p1}(t)$ 、 $e_{p1}(t)$ を定義する。

$$h_{p1}(t) = h(t), \quad (0 \leq t < t_m) \quad (8a)$$

$$e_{p1}(t) = e(t), \quad (0 \leq t < t_m) \quad (8b)$$

この場合には、離散畳込み積分

$$\begin{aligned} x(kT) &= \sum_{i=0}^{N-1} h_{p1}[(k-i)T]e_{p1}(iT) \\ & \quad (k=0, 1, \dots, N-1) \end{aligned} \quad (9)$$

は式 (7) の近似を与える。ここで $NT = t_m$ (N : 分割数, T : 時間刻み幅) である。

(注1): $H(j\omega)$ は、式 (6) において $E(j\omega)$ を 1 で置き換えた場合の周波数応答 $X(j\omega)$ に等しい。すなわち、 $H(j\omega)$ を時間領域に変換した場合にはインパルス応答となる。

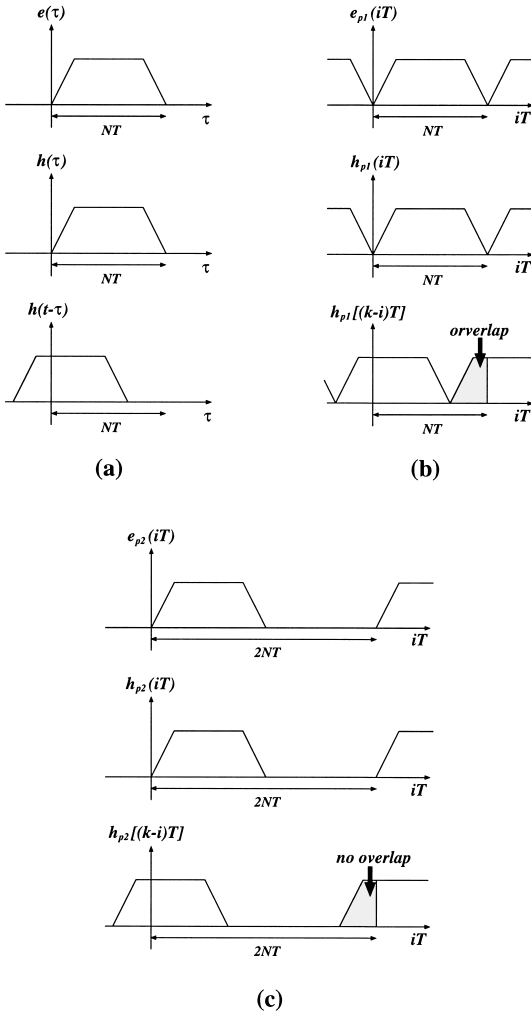


図1 離散フーリエ逆変換による畳込み積分
Fig.1 Convolution Integral by inverse discrete Fourier transform.

しかしながら、式(9)によって応答を求めた場合には不正確な結果となる場合がある。離散畳込み積分(9)では、インパルス応答を周期関数化したことによって、畳込み積分(図1(a))では本来ない部分(図1(b)の $h_{p1}[(k-i)T]$ の網掛けされた部分)と入力 $e_{p1}(iT)$ との積が取られる。この重なり合いによって不正確な結果となる。これを回避するためには、図1(c)のように $h(t)$ 及び $e(t)$ を周期 $2NT$ の関数とみなし、後半部分の NT を零入力とすればよい^(注2)。

$$h_{p2}(t) = \begin{cases} h(t) & (0 \leq t < NT) \\ 0 & (NT \leq t < 2NT) \end{cases} \quad (10a)$$

$$e_{p2}(t) = \begin{cases} e(t) & (0 \leq t < NT) \\ 0 & (NT \leq t < 2NT) \end{cases} \quad (10b)$$

この場合には、図1(b)と同様に unnecessary 部分(図1(c)の $h_{p2}[(k-i)T]$ の網掛けされた部分)が生じるがこれと積を取られる入力 $e_{p2}(iT)$ の部分は零であるので重なり合いは生じない。この場合、時間応答は次式によって与えられる。

$$x(kT) = \sum_{i=0}^{2N-1} h_{p2}[(k-i)T] e_{p2}(iT) \quad (k=0, 1, \dots, N-1) \quad (11)$$

式(11)が離散フーリエ逆変換によって与えられることを示す。 $h_{p2}[(k-i)T]$ 及び $e_{p2}(iT)$ が離散フーリエ逆変換によって与えられたものであるとすると、

$$h_{p2}[(k-i)T] = \frac{1}{2N} \sum_{m=0}^{2N-1} H_{p2}(j \frac{m\pi}{NT}) e^{j \frac{m(k-i)\pi}{N}} \quad (12a)$$

$$e_{p2}(iT) = \frac{1}{2N} \sum_{n=0}^{2N-1} E_{p2}(j \frac{n\pi}{NT}) e^{j \frac{ni\pi}{N}} \quad (12b)$$

のように表される。式(12a)、(12b)を式(11)に代入すると、

$$\begin{aligned} x(kT) &= \frac{1}{2N} \sum_{n=0}^{2N-1} \sum_{m=0}^{2N-1} H_{p2}(j \frac{m\pi}{NT}) E_{p2}(j \frac{n\pi}{NT}) \\ &\quad \times e^{j \frac{mk\pi}{N}} \frac{1}{2N} \left[\sum_{i=0}^{2N-1} e^{j \frac{ni\pi}{N}} e^{-j \frac{mi\pi}{N}} \right] \\ &= \frac{1}{2N} \sum_{n=0}^{2N-1} H_{p2}(j \frac{n\pi}{NT}) E_{p2}(j \frac{n\pi}{NT}) e^{j \frac{nk\pi}{N}} \\ &\quad (k=0, 1, \dots, N-1) \end{aligned} \quad (13)$$

が得られる[11]。すなわち、修正節点方程式(1)の求解によって得られた $H(j \frac{n\pi}{NT})$ を $H_{p2}(j \frac{n\pi}{NT})$ に等しいとし^(注3)、入力電源の離散フーリエ変換 $E_{p2}(j \frac{n\pi}{NT})$ との積を離散フーリエ逆変換することにより時間領域における応答 $x(kT)$ が求められる。ただし、

(注2): $h(t)$ 及び $e(t)$ は、本来 $t > NT$ において零であるから、式(10a)、(10b)には矛盾はない。

(注3): 基本周波数を $\frac{1}{2NT}$ にとったことは、時間領域において周期 $2NT$ の関数を作成したことを意味する[11]。

離散フーリエ変換の周期性によって有効な範囲は $n/2NT$ ($n = 0, 1, \dots, N$) である。したがって、式 (13) の周波数応答 $H_{p2}(j\frac{n\pi}{NT})E_{p2}(j\frac{n\pi}{NT})$ はこの範囲で求めればよい。 $n/2NT$ ($n = N + 1, \dots, 2N - 1$) については $H_{p2}(j\frac{n\pi}{NT})E_{p2}(j\frac{n\pi}{NT})$ ($n = 0, \dots, N - 1$) の複素共役 (記号 * は複素共役) を取ることによって得る。

$$H_{p2}(j\frac{n\pi}{NT})E_{p2}(j\frac{n\pi}{NT}) = \left[H_{p2}\left(j\frac{(N-n)\pi}{NT}\right) E_{p2}\left(j\frac{(N-n)\pi}{NT}\right) \right]^* \quad (n = N + 1, \dots, 2N - 1) \quad (14)$$

解析手法の要約は、以下のとおりである。

STEP1: 出力波形表示時間 $t_m \equiv NT$ (N : 分割数, T : 時間刻み幅) を定義する。

STEP2: 後半部分 NT に零入力を付加した入力電源 $e(t)$ を基本周波数 $1/2NT$ で離散フーリエ変換する。

STEP3: 修正節点方程式 (1) の求解によって、周波数領域における伝送線路回路網の応答 $H_{p2}(j\frac{n\pi}{NT})$ を求める。この場合、対象となる周波数は基本周波数の整数倍 $n/2NT$ ($n = 0, 1, \dots, N$) である。また、 $n/2NT$ ($n = N + 1, \dots, 2N - 1$) については式 (14) によって求める。

STEP4: 離散フーリエ逆変換 (13) を実行し、 $0 \leq t < NT$ までの波形が解析結果を与える。

ただし、離散畳み込み積分 (11) によって正確な結果を得るためには、インパルス応答が時刻 t_m で制限できることを前提とする。

3. 周波数応答の近似

離散フーリエ変換による解析では考慮すべき周波数成分は、入力電源が制限される時間と回路網の有効周波数に依存する。例えば応答の有効周波数を 10 GHz に選択し、 $0 \sim 10$ ns で入力電源が制限される場合を考えよう。前章で示したように解析時間は 20 ns まで延長する必要がある。したがって、基本周波数は 50 MHz となり、200 個の周波数成分を求める必要がある。しかしながら、制限される時間が長くなると、多くの周波数成分を求めなければならない。例えば $0 \sim 50$ ns の場合には、考慮すべき周波数成分は 1000 となる。したがって、離散フーリエ変換を用いる方法では、入力電源が制限される時間の増大に応じて演算効率が悪くなるという欠点をもつ。一方、周波数応答は 128 ない

しは 256 の周波数成分で十分その概形を表現できる。これはモーメント・マッチング法が形成する複素数 s に関する有理関数が $[30/30] - [50/50]$ の次数 (分子/分母) であることに対応する。そこで、前章で与えられた修正節点方程式の求解は FFT が利用できる低い回数 ($2^7 + 1$) のみとし、必要とされる残りの部分は補間によって求めることを考える。補間の方法として、3 次スプライン関数を用いる方法と離散フーリエ変換・逆変換を用いる方法を提案する。

3.1 方法 1: 3 次スプライン関数による近似

式 (13) において、入力電源の離散フーリエ変換 $E_{p2}(j\frac{n\pi}{NT})$ は FFT の導入によって効率よく計算できる。一方、 $H_{p2}(j\frac{n\pi}{NT})$ を求めるためには修正節点方程式の求解が必要であり、考慮される周波数成分の増加によって演算効率が悪くなる。そこで、 $H_{p2}(j\frac{n\pi}{NT})$ についての近似を検討する。

式 (13) の基本周波数 $1/2NT$ を整数倍した $1/2N'T$ ($N': 2^7$) に変更する。修正節点方程式 (1) の求解によって、 $H_{p2}(j\frac{n\pi}{N'T})$ ($n = 0, 1, \dots, N'$) を求める。次に、

$$H_{p2}(j\frac{n\pi}{N'T}) = R(j\frac{n\pi}{N'T}) + jX(j\frac{n\pi}{N'T}) \quad (n = 0, 1, \dots, N') \quad (15)$$

のように実数部 $R_n \equiv R(j\frac{n\pi}{N'T})$ と虚数部 $X_n \equiv X(j\frac{n\pi}{N'T})$ に分け、それぞれを 3 次スプライン関数 [10] によって補間する。以下に R_n の補間法を与える。また、 X_n も同様に補間される。

R_n の補間関数 $S(x)$ は、次の補間条件を満たす。

$$S(x_n) = R_n \quad (n = 0, 1, \dots, N') \quad (16)$$

ここで、 $x_n = n$ である。3 次スプライン関数 $S(x)$ は区間 3 次多項式であり、 $S(x)$ の区間 $[x_{k-1}, x_k]$ ($k =$

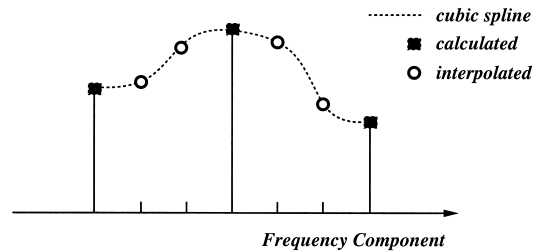


図2 3 次スプライン関数による周波数応答の近似
Fig.2 Frequency response approximation by cubic spline function.

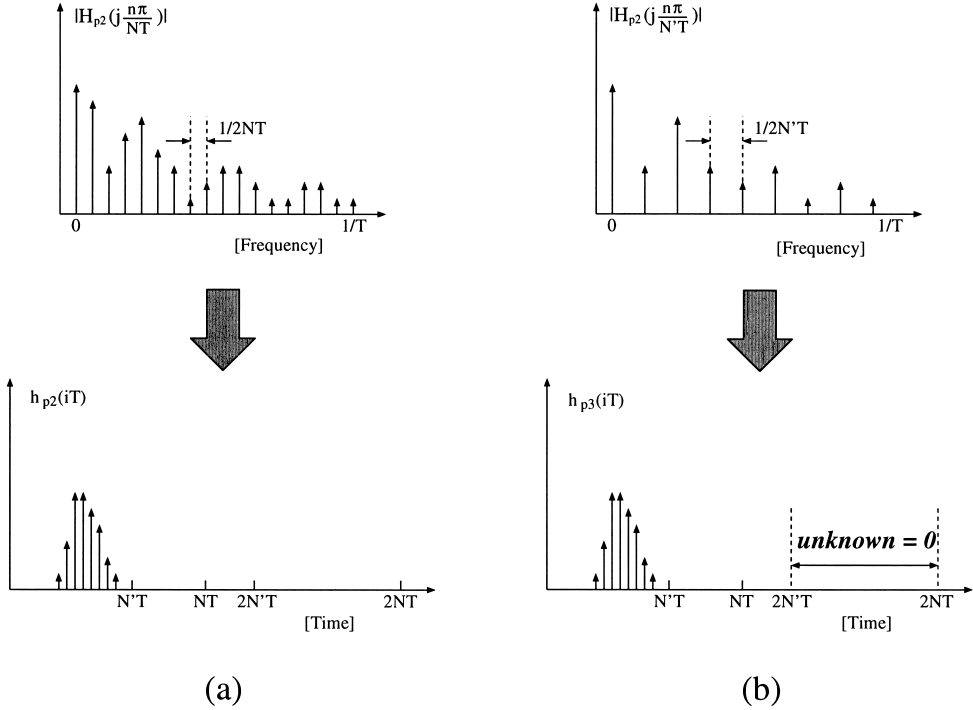


図3 離散フーリエ変換・逆変換による周波数応答の近似
Fig. 3 Frequency response approximation by discrete Fourier and discrete inverse Fourier transforms.

1, 2, ..., N') における 2 次導関数

$$S''(x) = M_{k-1}(x_k - x) + M_k(x - x_{k-1}) \quad (17)$$

は区分線形となる。ここで、 $x_k - x_{k-1} = 1$ が用いられている。式 (17) を 2 回積分し、区間 $[x_{k-1}, x_k]$ における式 (16) の条件 $S(x_{k-1}) = R_{k-1}$, $S(x_k) = R_k$ を用いることによって、 $S(x)$ は次のように表される。

$$S(x) = M_{k-1} \frac{(x_k - x)^3 - (x_k - x)}{6} + M_k \frac{(x - x_{k-1})^3 - (x - x_{k-1})}{6} + (x_k - x)R_{k-1} + (x - x_{k-1})R_k \quad (18)$$

3 次スプライン関数では 2 次導関数までの連続性が保証され、1 次導関数の連続性を用いることによって式 (18) の係数 M_k を決定することができる [10]。係数 M_k ($k = 0, 1, 2, \dots, N'$) は次の 3 重対角行列を係数

行列にもつ連立方程式を解くことによって得られる。

$$\begin{bmatrix} 2 & \lambda_0 & 0 & & 0 \\ \frac{1}{2} & 2 & \frac{1}{2} & & \\ & \ddots & \ddots & \ddots & \\ 0 & & \frac{1}{2} & 2 & \frac{1}{2} \\ & & & \lambda_{N'} & 2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} M_0 \\ M_1 \\ \vdots \\ \vdots \\ M_{N'} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} d_0 \\ d_1 \\ \vdots \\ \vdots \\ d_{N'} \end{bmatrix} \quad (19)$$

ここで、

$$d_k = 3(R_{k+1} - 2R_k + R_{k-1}) \quad (k = 2, 3, \dots, N' - 1)$$

である。 $x < x_0$, $x > x_{N'}$ においては補間曲線は存在しないため、1 次導関数の連続性を利用することはできない。そこで、P-スプライン [10] の条件 $\lambda_0 = \lambda_{N'} = -2$, $d_0 = d_{N'} = 0$ を用いる。

式 (18) を用いることによって、 $R(j \frac{n\pi}{NT})$ ($n = 0, 1, \dots, N'$) 以外の残りの必要な周波数成分を得ることができる (図 2)。

3.2 方法2: 離散フーリエ変換・逆変換による近似式 (15) の $H_{p2}(j\frac{n\pi}{N'T})$ ($n = 0, 1, \dots, N'$) を式 (14) を用いて ($n = 0, 1, \dots, 2N' - 1$) まで拡大し, 離散フーリエ逆変換すると,

$$h_{p3}(kT) = \frac{1}{2N'T} \sum_{n=0}^{2N'-1} H_{p2}(j\frac{n\pi}{N'T}) e^{j\frac{nk\pi}{N'T}} \quad (k = 0, 1, \dots, 2N' - 1) \quad (20)$$

が得られる. 周波数領域で基本周波数を $\frac{1}{2N'T}$ に選んだことは, 時間領域では近似的に周期 $2N'T$ の関数を得たことに等価である. すなわち, $h_{p2}(kT)$ の近似 $\tilde{h}_{p2}(kT)$ ($k = 0, 1, \dots, 2N - 1$) を得るには,

- (1) ($n = 0, 1, \dots, 2N' - 1$): $\tilde{h}_{p2}(kT) = h_{p3}(kT)$
- (2) ($n = 2N', 2N' + 1, \dots, 2N - 1$): $\tilde{h}_{p2}(kT) = 0$

のようにすればよい(図3). (2) は回路網のインパルス応答の性質を利用したものである. lossy 伝送線路ではインパルス応答は早く零に減衰し^(注4), その後は零状態を保ち続ける. そこで, $2NT' \leq t < 2NT$ における応答を強制的に零と置くことによって $h_{p2}(kT)$ を近似的に得る. したがって, 本手法を適用するためには $h_{p2}(kT)$ が $0 \leq t < 2N'T$ の範囲内で過渡現象が完全に終了し, 零に減衰していることが前提となる.

$\tilde{h}_{p2}(kT)$ を離散フーリエ変換することによって必要とされるすべての周波数成分 $\tilde{H}_{p2}(j\frac{n\pi}{N'T})$ を近似的に求めることができる.

$$\tilde{H}_{p2}(j\frac{n\pi}{N'T}) = \sum_{k=0}^{2N-1} \tilde{h}_{p2}(kT) e^{-j\frac{nk\pi}{N'T}} \quad (n = 0, 1, \dots, 2N - 1) \quad (21)$$

4. 数値計算例

図4に示された伝送線路回路網の解析を行った. この回路に含まれる伝送線路は周波数依存性を有し, そのパラメータは文献[3]の表II, IIIにデータとして与えられている. 各周波数成分に対応するパラメータ値はこのデータを補間することによって得た. 伝送線路の終端における周波数応答の絶対値(式(15)の $H_{p2}(j\frac{n\pi}{N'T})$)を図5に示す. 図5では128個の標本点(周波数成分)を修正節点方程式(回路の変数は25)の求解によって求め, これを3次スプライン関数で近似した場合 H_s (Spline) と1024回修正節点方程式を求解した場合 H_e (Exact) を比較した. また, 応答の

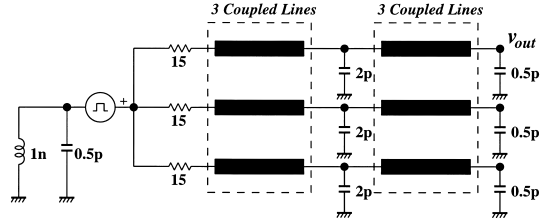


図4 解析回路例
Fig. 4 The analyzed example circuit.

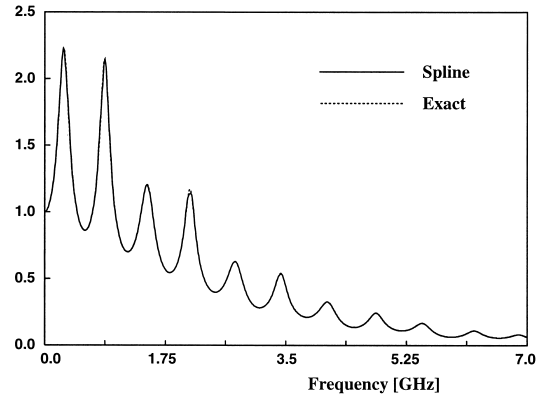


図5 3次スプライン関数による近似(Spline: 標本点128)を用いた場合の周波数応答
Fig. 5 Frequency response provided by cubic spline interpolation (Spline: 128 sample points).

誤差 $|(H_s - H_e)/H_e|$ を図6に示す. 誤差は最大3%程度であった. 同様に, 離散フーリエ変換・逆変換を用いた近似による誤差を図7, 図8に示す. 図7では, 図6の3次スプライン関数を用いた方法と同様に128の標本点によって(DFT1), 図8では64の周波数成分によって(DFT2)式(15)の $H_{p2}(j\frac{n\pi}{N'T})$ を近似した結果である. 離散フーリエ変換・逆変換による近似では, 低周波成分に対しては3次スプライン関数を用いた近似と同様に有効な精度によって近似できるが高周波成分では誤差が大きい. しかし, 高周波成分の応答はその絶対値が小さいため, 誤差の影響は相殺されると考えられる. 一方, 図9に示されるように標本点64のスプライン関数による近似では, 低周波成分に対する誤差が大きく, また, 応答の絶対値も同様に大きいためその影響は相殺されない. したがって, 2.のアルゴリズムを適用した場合には不正確な結果となる.

(注4): lossy 伝送線路は lossless 伝送線路とは異なり線路自身が損失をもつため, 線路上においても応答は減衰する.

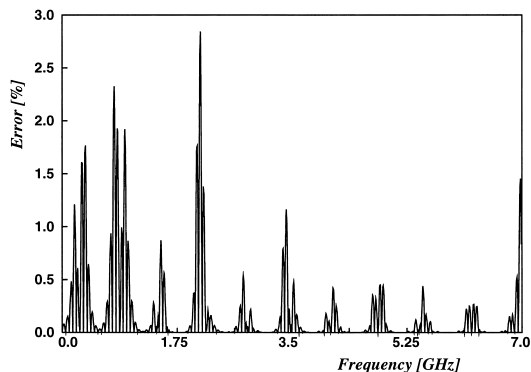


図 6 3次スプライン関数による近似 (Spline: 標本点 128) を用いた場合の誤差

Fig. 6 Error of frequency response provided by cubic spline interpolation (Spline: 128 sample points).

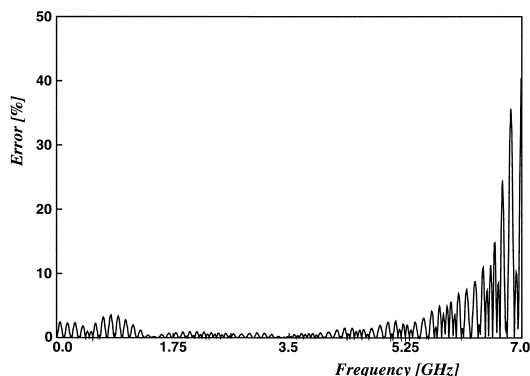


図 8 離散フーリエ変換・逆変換による近似 (DFT2: 標本点 64) を用いた場合の誤差

Fig. 8 Error of frequency response provided by the approximation using discrete Fourier and discrete inverse Fourier transforms (DFT2: 64 sample points).

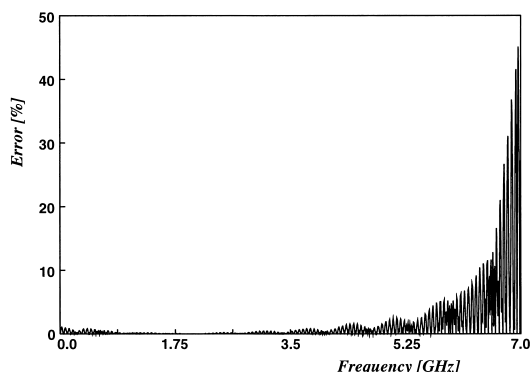


図 7 離散フーリエ変換・逆変換による近似 (DFT1: 標本点 128) を用いた場合の誤差

Fig. 7 Error of frequency response provided by the approximation using discrete Fourier and discrete inverse Fourier transforms (DFT1: 128 sample points).

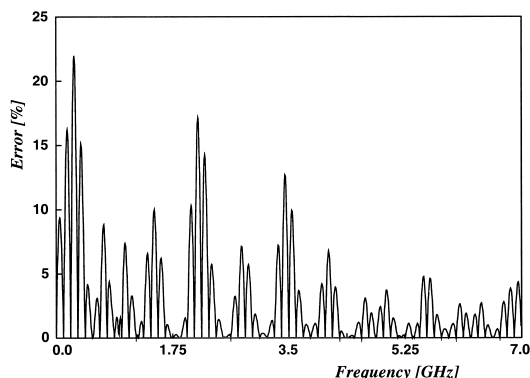


図 9 3次スプライン関数による近似 (標本点 64) を用いた場合の誤差

Fig. 9 Error of frequency response provided by cubic spline interpolation (64 sample points).

図 4 に示された回路の過渡応答を標本点 64 の離散フーリエ変換・逆変換による近似を用いて (DFT2) 求めた結果を図 10 に示す。考慮される最高周波数が 7 GHz, 出力波形表示時間が 60 ns とすると 840 個の周波数成分を求める必要がある。更に FFT を用いるため 1024 個の周波数成分が必要となる。比較のために 1024 回修正節点法を求解し, 2. のアルゴリズムを用いた場合 (Exact) とモーメント・マッチング法 (CFH) [2], [13] によって得られた結果を同図に示す。モーメント・マッチング法では 9 回の修正節点方程式の求解によってインパルス応答は [25/26] の有理関数

で近似されている [13]。Sun Spark Station 5 による計算時間を表 1 に示す。周波数応答の近似を用いる場合では, 修正節点方程式の演算回数が少ないために計算時間が短縮されていることがわかる。離散フーリエ変換・逆変換による方法では 64 の標本点によって応答を近似できるため, 最も演算効率に優れている。一方, モーメント・マッチング法では 9 回のみ求解で有理関数を構成することができるが, 連立方程式の解法以外の演算 (Taylor 展開, 行列指数関数の導出, 多項式の根の求解) に計算時間を必要とした。

文 献

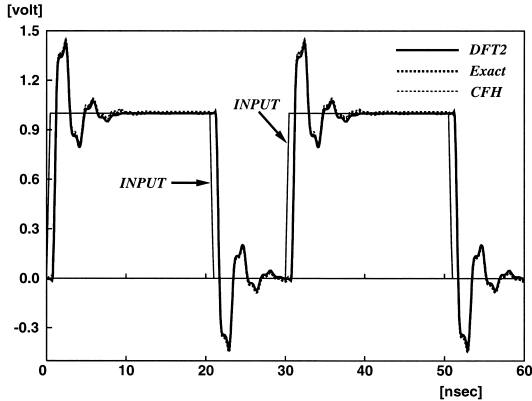


図 10 過渡解析結果 (DFT2)

Fig. 10 The results of transient analysis (DFT2).

表 1 計算時間の比較

Table 1 Comparison of CPU time.

方法	修正節点方程式の演算回数	計算時間 [sec.]
提案方法		
Spline	128	1.96
DFT1	128	2.16
DFT2	64	1.34
従来法		
Exact	1024	13.05
CFH	9	3.09

5. む す び

伝送線路回路網の離散フーリエ変換に基づく方法に対して、演算効率を改善する方法を提案した。これは、周波数応答を求めるために必要な回路方程式の求解を必要最小限にとどめ、代わりに近似によって必要とされるすべての周波数成分を得るというものである。数値解析例を通して、高速シミュレーション手法として知られているモーメント・マッチング法と比較して演算効率が優れていることが確認できた。

本手法では、インパルス応答が時間領域において制限されることを前提としている。ゆえに、応答が線路上においても減衰し、過渡現象が早く終了する lossy 伝送線路の解析に有効である。また、周波数領域における緩和法 [9] を用いることによって非線形末端をもつ場合にも適用可能であると考えられる。

謝辞 貴重な御意見を賜りました査読者に感謝致します。

- [1] T.K. Tang and M.S. Nakhla, "Analysis of high-speed VLSI interconnects using the asymptotic waveform evaluation technique," IEEE Trans. Comput.-Aided Design, vol.11, no.3, pp.341-352, March 1992.
- [2] E. Chiprout and M.S. Nakhla, "Analysis of interconnect networks using complex frequency hopping (CFH)," IEEE Trans. Comput.-Aided Design, vol.14, no.2, pp.186-200, Feb. 1995.
- [3] M. Celik and A.C. Cangellaris "Efficient transient simulation of lossy packaging interconnects using moment-matching techniques," IEEE Trans. Comps., Pack., & Manuf. Technol., Part-B, vol.19, no.1, pp.64-73, Feb. 1996.
- [4] A.R. Djordjević and T.K. Sarkar, "Analysis of time response of lossy multiconductor transmission line networks," IEEE Trans. Microwave Theory & Tech., vol.MTT-35, no.10, pp.898-908, Oct. 1987.
- [5] J. Zhao and Z.-F. Li, "A time-domain full wave extraction method of frequency-dependent equivalent circuit parameters of multiconductor interconnection lines," IEEE Trans. Microwave Theory & Tech., vol.45, no.1, pp.23-31, Jan. 1997.
- [6] 奥村浩士, 木嶋 昭, 所 節夫, "伝送線路の過渡現象の数値ラプラス変換による一解法," 信学論(A), vol.J68-A, no.2, pp.107-114, Feb. 1985.
- [7] 市川 哲, "分布電源のある伝送線路の解析," 信学論(A), vol.J68-A, no.2, pp.166-172, Feb. 1985.
- [8] 市川 哲, 岡本英二, "ラプラス変換対の数値処理に関する一考察," 信学論(A), vol.J77-A, no.8, pp.1192-1195, Aug. 1994.
- [9] Y. Tanji, L. Jiang, and A. Ushida, "Analysis of pulse responses of multi-conductor transmission lines by a partitioning technique," IEICE Trans. Fundamentals, vol.E77-A, no.12, pp.2017-2027, Dec. 1994.
- [10] 市田浩三, 吉本富士一, "スプライン関数とその応用," 教育出版, 1985.
- [11] E.O. Brigham, "The Fourier Transformations," Prentice-Hall, Englewood Cliffs, 1974.
- [12] C.W. Ho, A.E. Ruehli, and P.A. Brennan, "The modified nodal approach to network analysis," IEEE Trans. Circuits & Syst., vol.CAS-22, pp.504-509, June 1975.
- [13] Y. Tanji, Y. Nishio, and A. Ushida, "A new curve fitting technique for analysis of frequency-dependent transmission lines," Proc. ISCAS'98, vol.6, pp.346-349, May 1998.

(平成 10 年 3 月 16 日受付, 7 月 9 日再受付)



丹治 裕一 (正員)

平 5 徳島大・工・電気電子卒。平 10 同大大学院博士課程了。現在，上智大・理工・電気電子助手。回路網解析，CAD アルゴリズムの研究に従事。工博。IEEE 会員。



西尾 芳文 (正員)

昭 63 慶大・理工・電気卒。平 5 同大大学院博士課程了。同年，徳島大・工・電気電子勤務。現在，同大・工・電気電子助教授。非線形回路におけるカオス，同期現象の研究に従事。工博。IEEE 会員。



島本 隆 (正員)

昭 57 徳島大・工・電気卒。昭 59 同大大学院修士課程了。同年徳島大・工短・電子助手。現在，同大・工・電気電子助教授。LSI 設計の CAD に関するアルゴリズムや最適化問題の解法の研究に従事。工博。情報処理学会，IEEE 各会員。



牛田 明夫 (正員)

昭 36 徳島大・工・電気卒。横河電機製作所勤務。昭 41 徳島大大学院修士課程了。昭 41 同大助手。現在，同大・工・電気電子教授。平 8-9 IEEE Associate Editor。非線形回路の数値解析の研究に従事。著書「非線形回路の数値解析法」。工博。電気学会，IEEE 各会員。