

ショートノート

ツインカオス —カオスの非同期同時発振—

鈴木 克典[†] 西尾 芳文^{††} (正員)

森 真作[†] (正員)

Twin Chaos — Simultaneous Asynchronous Oscillations of Chaos —

Katsunori SUZUKI[†], Nonmember, Yoshifumi NISHIO^{††}, and Shinsaku MORI[†], Members

[†] 慶應義塾大学理工学部電気工学科, 横浜市

Faculty of Science and Technology, Keio University, Yokohama-shi, 223 Japan

^{††} 德島大学工学部電気電子工学科, 德島市

Faculty of Engineering, Tokushima University Tokushima-shi, 770 Japan

あらまし 回路実験より, 2種類のカオスが非同期に同時発振する現象, ツインカオスの発生が確認される。更に, カオスと周期解の同時発振, 二つのサブサーキットの発振周波数を近づけた場合におけるツインカオスについて検討を行う。

キーワード カオス, 2自由度発振器, 非同期同時発振

1. まえがき

B. van der Pol によって 2自由度の発振器が考えられてから, さまざまな発振器における多重モード発振の研究は数多く行われてきている[1]～[5]。J.S. Shaffner は能動素子の非線形特性を 5次特性に近似した発振器について検討している[3]。彼はそのシステムにおいて 2重モード発振を実現しているが, その同時発振は自励発振しないことを示している。また, M.I. Disman と W.A. Edison は自己バイアス効果を考慮した class-C の発振器について検討している[4]。彼らはそのシステムにおいて自励発振する 2重モード発振を実現している。齊藤らは非線形共振回路を有する発振器を提案している[5]。特に, 彼らは 2重モード発振について詳しく検討し, モード間の干渉および相互引込み現象による影響を考慮した場合について理論的に解析している。

一方, 電気工学の分野においてさまざまなカオス発生回路が提案され, 解析されている[6]。特に, 3次元自励振動回路に発生するカオスは, その発生のメカニズムが明らかにされつつある。例えば, 稲葉らはダイオードを含むある 3次元自励振動回路族について検討している[7]。彼らは同回路族に含まれるダイオードのスイッチング動作により, 回路に二つの大きく異なる発振周波数が生じ, カオス発生のメカニズムといわれる折り畳みをこの発振周波数の変化に対応させて説

明している。近年, より高次元系に発生するカオス現象に注目が集められ, 盛んに研究が行われている。このような高次元システムにおいては, 低次元のシステムでは観測することができないハイパカオス, トーラスのダブリング等, より複雑な現象が発生することが報告されている。しかしながら, 高次元系に発生するカオスの厳密な解析は, 系の次元の増加に伴い非常に困難になるために, あまり行われていないようである。このようにさまざまな現象を発生する可能性を秘めている高次元のシステムにおいて, カオスの非同期同時発振という現象は筆者の知る限り報告されていないようである。

本研究では, 稲葉らにより提案された簡単なカオス発生回路[8]のパラメータ値, 特に自然周波数の異なる 2組を直列に結合した 2自由度カオス発生回路を提案し, 発生する現象を調べる。なお, 本研究は, 従来の 2自由度の van der Pol 発振器における非同期同時発振の研究の共振回路をカオス回路で置き換えたものと言えるので, カオス発生回路の数を自由度の数と呼ぶ。回路実験より, 発振周波数の大きく異なる 2種類のカオスが非同期に同時発振することを観測することができる。一つは高い周波数成分を多く含んだカオスであり, もう一方は低い周波数成分を多く含んだカオスである。このとき, 高い周波数領域と低い周波数領域においてピークをもつスペクトル特性が得られる。本研究では, このように周波数成分の大きく異なる 2種類のカオスが非同期に同時発振する現象を“ツインカオス”と名づけ, 以下ではこの用語を用いて現象の説明を行う。更に, カオスと周期解の同時発振, 二つのサブサーキットの発振周波数を近づけた場合におけるツインカオスについて検討を行う。

2. 回路モデル

図 1 にツインカオス発生回路を示す。本回路は稻葉らによって提案された 3次元自励振動回路[8]を 2自由度のカオス発生回路に拡張したものである。線形負性抵抗と直列に結合された二つのサブサーキットは, 各々三つのメモリ素子および一つのダイオードから構成される。本研究では, 下部のサブサーキットの自然周波数は上部に比べ高い場合, すなわち $C_1 > C_2$, $L_{11} > L_{21}$, $L_{12} > L_{22}$ の場合を対象として発生する現象を調査する。ここで, ダイオードは上部, 下部とも同じ特性のものを使用する。

まず, 二つのサブサーキットに含まれるダイオードの電流電圧特性を 2領域区分線形関数で近似する

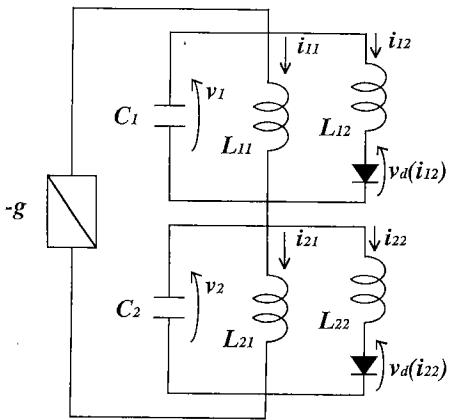


図 1 ツインカオス発生回路
Fig. 1 Twin chaos generator.

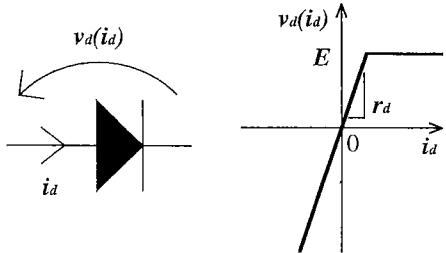


図 2 ダイオードの電流電圧特性 2 領域区分線形近似
Fig. 2 Two segment piecewise-linear approximation of $i - v$ characteristics of the diode.

(図 2 参照)。

$$v_d(i_d) = \frac{r_d}{2} \left(i_d + \frac{E}{r_d} - \left| i_d - \frac{E}{r_d} \right| \right) \quad (1)$$

変数変換

$$\begin{aligned} t &= \sqrt{L_{11}C_1}\tau, \quad \therefore \dot{x} = \frac{d}{d\tau}, \quad \alpha = g\sqrt{\frac{L_{11}}{C_1}}, \\ \beta_1 &= \frac{L_{11}}{L_{12}}, \quad \beta_2 = \frac{L_{11}}{L_{21}}, \quad \beta_3 = \frac{L_{11}}{L_{22}}, \\ \gamma &= \frac{C_1}{C_2}, \quad \varepsilon = \frac{1}{r_d}\sqrt{\frac{L_{11}}{C_1}} \\ v_1 &= Ex_1, \quad i_{11} = E\sqrt{\frac{C_1}{L_{11}}}x_2, \quad i_{12} = E\sqrt{\frac{C_1}{L_{11}}}x_3, \\ v_2 &= Ex_4, \quad i_{21} = E\sqrt{\frac{C_1}{L_{11}}}x_5, \quad i_{22} = E\sqrt{\frac{C_1}{L_{11}}}x_6, \end{aligned} \quad (2)$$

により、回路方程式は以下のように表される。

$$\begin{cases} \dot{x}_1 &= \alpha(x_1 + x_4) - (x_2 + x_3) \\ \dot{x}_2 &= x_1 \\ \dot{x}_3 &= \beta_1(x_1 - f(x_3)) \\ \dot{x}_4 &= \alpha\gamma(x_1 + x_4) - \gamma(x_5 + x_6) \\ \dot{x}_5 &= \beta_2x_4 \\ \dot{x}_6 &= \beta_3(x_4 - f(x_6)) \end{cases} \quad (3)$$

$$f(x) = \frac{1}{2\varepsilon}(x + \varepsilon - |x - \varepsilon|) \quad (4)$$

ここで、ダイオードの OFF 抵抗は非常に大きいので、 ε は微小パラメータとして考えることができることに注意する。各線形部分空間では以下の特徴をもつ。

領域 1 ($x_3 \leq 0, x_6 \leq 0$)：この領域では微分方程式は微小パラメータ ε を二つ含み、解は $x_3 = x_6 = 0$ の 4 次元空間に強く拘束される。

領域 2 ($x_3 > 0, x_6 \leq 0$)：この領域では微分方程式は微小パラメータ ε を一つ含み、解は $x_6 = 0$ の 5 次元空間に強く拘束される。

領域 3 ($x_3 \leq 0, x_6 > 0$)：この領域では微分方程式は微小パラメータ ε を一つ含み、解は $x_3 = 0$ の 5 次元空間に強く拘束される。

領域 4 ($x_3 > 0, x_6 > 0$)：この領域では微分方程式は微小パラメータを含まない、6 次元の微分方程式である。

ダイオードを含む電気回路に発生するカオス現象を解析する場合、最も有効な手法の一つとしてダイオードの特性を理想的なスイッチング特性で置き換える手法が挙げられる[8],[9]。この手法は高次元系[10]、複数のダイオードを含む系[11]にも効果的に適用できることが示されている。本研究においても、ダイオードの特性を理想化したモデルを用いて図 1 に発生するカオス現象の解析を行う。すなわち、ダイオードが OFF 状態のときには、ダイオードを開放と等価にみなし、ON 状態のときには定電圧源で置き換える（図 3 参照）。このような理想化を考えると、ダイオードが OFF 状態のときには、インダクタ L_{12} または L_{22} に電流が流れないことになり、状態変数である電流 i_{12} または i_{22} は 0 に拘束される。従って、一つのダイオードが OFF 状態にあるとき、それに対応し回路方程式が 1 次元縮退することになる。これは式(4)において $\varepsilon \rightarrow 0$ の極限をとることに対応し[9]～[11]、この結果、式(3)は以下のように簡略化される。

領域 1 ($x_3 = 0, x_6 = 0$) のとき：

$$\begin{cases} \dot{x}_1 = \alpha(x_1 + x_4) - x_2 \\ \dot{x}_2 = x_1 \\ \dot{x}_4 = \alpha\gamma(x_1 + x_4) - \gamma x_5 \\ \dot{x}_5 = \beta_2 x_4 \end{cases} \quad (5)$$

領域 2 ($x_3 > 0, x_6 = 0$) のとき：

$$\begin{cases} \dot{x}_1 = \alpha(x_1 + x_4) - (x_2 + x_3) \\ \dot{x}_2 = x_1 \\ \dot{x}_3 = \beta_1(x_1 - 1) \\ \dot{x}_4 = \alpha\gamma(x_1 + x_4) - \gamma x_5 \\ \dot{x}_5 = \beta_2 x_4 \end{cases} \quad (6)$$

領域 3 ($x_3 = 0, x_6 > 0$) のとき：

$$\begin{cases} \dot{x}_1 = \alpha(x_1 + x_4) - x_2 \\ \dot{x}_2 = x_1 \\ \dot{x}_4 = \alpha\gamma(x_1 + x_4) - \gamma(x_5 + x_6) \\ \dot{x}_5 = \beta_2 x_4 \\ \dot{x}_6 = \beta_3(x_4 - 1) \end{cases} \quad (7)$$

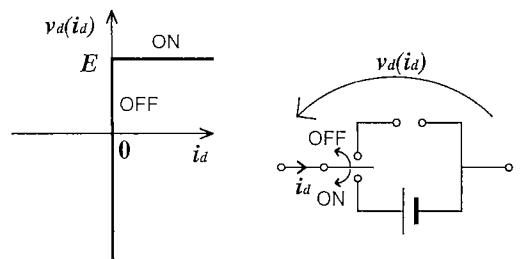
領域 4 ($x_3 > 0, x_6 > 0$) のとき：

$$\begin{cases} \dot{x}_1 = \alpha(x_1 + x_4) - (x_2 + x_3) \\ \dot{x}_2 = x_1 \\ \dot{x}_3 = \beta_1(x_1 - 1) \\ \dot{x}_4 = \alpha\gamma(x_1 + x_4) - \gamma(x_5 + x_6) \\ \dot{x}_5 = \beta_2 x_4 \\ \dot{x}_6 = \beta_3(x_4 - 1) \end{cases} \quad (8)$$

系は領域 1 では 4 次元に、領域 2, 3 では 5 次元に簡略化されており、各領域の解は以下の遷移条件によって接続される。

$$\begin{array}{lll} \text{領域 1} & \longrightarrow & \text{領域 2} : x_1 = 1 \\ \text{領域 1} & \longrightarrow & \text{領域 3} : x_4 = 1 \\ \text{領域 2} & \longrightarrow & \text{領域 4} : x_4 = 1 \\ \text{領域 3} & \longrightarrow & \text{領域 4} : x_1 = 1 \\ & & (9) \\ \text{領域 2} & \longrightarrow & \text{領域 1} : x_3 = 0 \\ \text{領域 3} & \longrightarrow & \text{領域 1} : x_6 = 0 \\ \text{領域 4} & \longrightarrow & \text{領域 2} : x_6 = 0 \\ \text{領域 4} & \longrightarrow & \text{領域 3} : x_3 = 0 \end{array}$$

ここで、 $x_1 = 1$ または $x_4 = 1$ の条件は、ダイオードにかかる電圧がしきい値電圧に達するという条件、 $x_3 = 0$ または $x_6 = 0$ の条件はダイオードに流れる電流がゼロになるという条件に対応している。また、この理想モデルから得られる解は遷移条件に基づき正の



(a) 理想化したダイオードの電流電圧特性 (b) 理想化したダイオードの等価モデル

図 3 ダイオードの理想化

Fig. 3 Idealized diode.

時刻に対してのみ接続されることに注意する。以下の数値実験では、式(5)～(9)を用いる。

本回路モデルは、もともと 6 次元の自励振動回路であるが、ダイオードの特性を理想的なスイッチング特性で置き換えることにより、区分的に 4 次元の回路方程式で記述することが可能となった。また、数値計算により解軌道はこの 4 次元の領域を通過することを確認している。従って、この 4 次元部分空間内にポアンカレ断面を定義することによりポアンカレ写像を 3 次元写像として解析的に導出することができる。類似の手法を用いて筆者らはすでに 4 次元自励振動回路より 1 次元ポアンカレ写像を解析的に導出 [11]、また 6 次元自励振動回路より 3 次元ポアンカレ写像を解析的に導出 [12] している。本回路モデルより導出される 3 次元ポアンカレ写像は文献 [12] の式(9)～(13)と同様の形式で解析的に記述することができる。本論文ではポアンカレ写像の導出、解析は本質的ではないため、詳細は略すこととする。

本回路モデルでは下部のサブサーキットの自然周波数を上部より高く選んであるので、上部のサブサーキットの変数の一つである \dot{x}_1 だけに着目し、他の変数を無視して図示したポアンカレ写像が図 4 である。パラメータは上下のサブサーキットがともにカオスを発生するように選んである。すなわちツインカオスが発生しているときのポアンカレ写像の例である。3 次元写像であるポアンカレ写像の二つの変数を無視してあるため、ノイズのように見える細かい振動部分は、いつも同じとはならない。図 5 に稻葉らの回路（上部のサブサーキット一つだけの場合に対応）から得られるポアンカレ写像の例を示す。なお、稻葉らの回路の回路方程式は式(3)の $\dot{x}_1 \sim \dot{x}_3$ の式で $x_4 = 0$ とした 3 階の微分方程式である。これと比較すると、本回

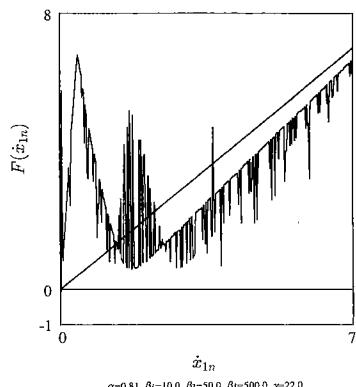


図4 ツインカオス発生回路のポアンカレ写像の例
Fig.4 Example of the Poincaré Map obtained from twin chaos generator.

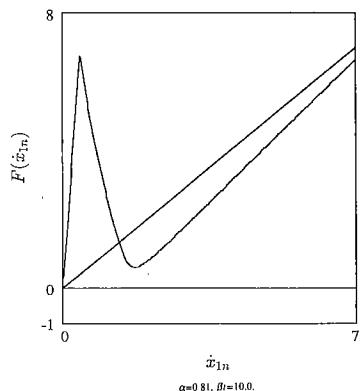
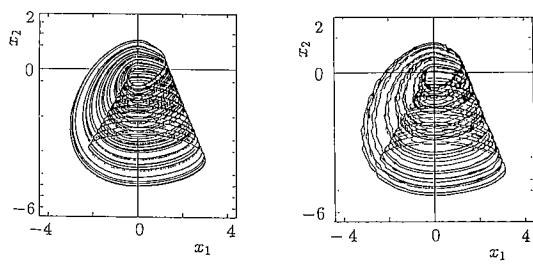


図5 稲葉らの回路のポアンカレ写像の例
Fig.5 Example of the Poincaré Map obtained from Inabas' circuit.



(a) 稲葉らの回路
(b) ツインカオス発生回路
(a) Inabas' circuit $\alpha=0.81, \beta_1=10.0$.
(b) Twin chaos generator $\alpha=0.81, \beta_1=10.0, \beta_2=50.0, \beta_3=500.0, \gamma=22.0$.

図6 カオスアトラクタ
Fig.6 Chaotic attractors.

について回路実験を行い、アトラクタおよびスペクトル特性を観測し、比較、検討を行う。但し、以下のようないくつかの条件のもとでスペクトル特性を測定した。

- FFT effective sample rate : 200.00 [kSamples/s]
- Frequency span 48.8 [kHz]

なお、ここで示しているスペクトル特性は時間的に変化する 256 のスペクトル特性を平均したものである。

カオスと周期解の同時発振

図7 はカオスと周期解の同時発振の場合のアトラクタおよびスペクトル特性を示す。

(1), (2) は稻葉らの回路で、各々カオス、周期解が発生する素子値での実験結果である。(3) は図1に示す本回路モデルでの回路実験結果であり、上部のサブサーキットの素子値は(1)、下部の素子値は(2)の素子値と同じ値に設定する。(1)のアトラクタは低い周波数を多く含んだカオスであり、(2)のアトラクタは高い周波数の周期解であることに注意する。(3)のカオスアトラクタのスペクトル特性は、上下のサブサーキット間の相互干渉のため単純和とはならないが、(1)と(2)のスペクトルの特徴を併せもっていることが確認できる。また、本回路において、 $v_1 - i_{11}$ 平面では上部のサブサーキットの、 $v_2 - i_{21}$ 平面では下部のサブサーキットのアトラクタが観測される。これら二つのアトラクタは単一モードのアトラクタ、つまり、(1), (2) のアトラクタにそれぞれ相当し、類似していることが確認できる。

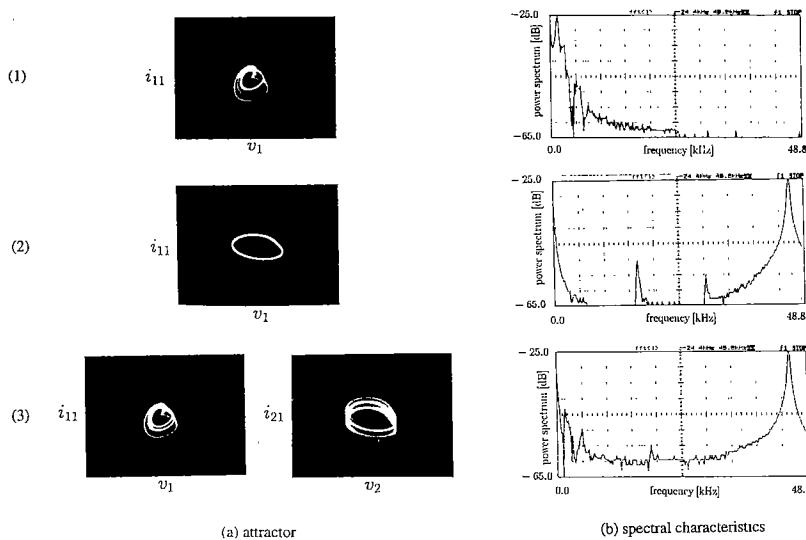
更に、(3)の二つのアトラクタを比較すると、互いに影響を受けているのが確認される。カオスの特徴の一つに、大局的には安定であるが、局所的には不安定であるということが挙げられる。よって、二つのサブ

路モデルの解は大きな動きは稻葉らの回路の解の挙動と同じであるが、下部のサブサーキットの影響で高い周波数成分を多く含んだ動きがそれにのっていると言える。

稻葉らの回路および本回路モデルから得られたカオスアトラクタの例を図6に示す。いずれも、ダイオードを理想的なスイッチとみなした理想モデルから得られたアトラクタである。これらの図からわかるように、全体的なアトラクタの形状はほぼ一致している。更に、ツインカオスは下部のサブサーキットに発生した高い周波数による影響を受けていることも確認できる。

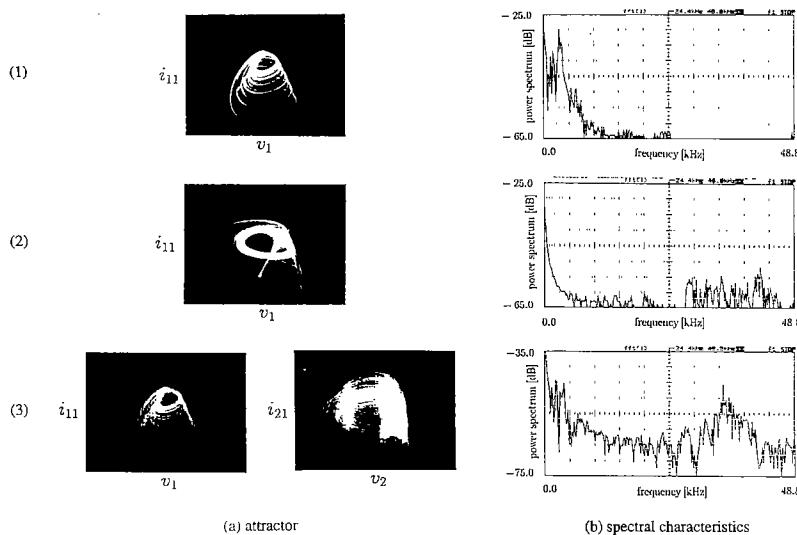
3. 実験結果

稻葉らによって提案された3次元自励振動回路（本回路モデルでサブサーキットが一つの場合に対応）とサブサーキット二つをもつ本回路モデルの二つの回路



- (1) $C_I=0.022[\mu F]$, $L_{I1}=500[mH]$, $L_{I2}=50[mH]$, $g=0.134[mS]$, $\alpha=0.639$, $\beta_I=10$
- (2) $C_I=0.0010[\mu F]$, $L_{I1}=10[mH]$, $L_{I2}=1[mH]$, $g=0.132[mS]$, $\alpha=0.417$, $\beta_I=10$
- (3) $C_I=0.022[\mu F]$, $L_{I1}=500[mH]$, $L_{I2}=50[mH]$, $C_2=0.0010[\mu F]$, $L_{2I}=10[mH]$, $L_{22}=1[mH]$, $g=0.134[mS]$, $\alpha=0.639$, $\beta_I=10$, $\beta_2=50$, $\beta_3=500$, $\gamma=22$.

図7 カオスと周期解の同時発振
Fig.7 Simultaneous asynchronous oscillation of chaos and limit cycle.



- (1) $C_I=0.022[\mu F]$, $L_{I1}=500[mH]$, $L_{I2}=50[mH]$, $g=0.226[mS]$, $\alpha=1.077$, $\beta_I=10$
- (2) $C_I=0.0010[\mu F]$, $L_{I1}=10[mH]$, $L_{I2}=1[mH]$, $g=0.260[mS]$, $\alpha=0.822$, $\beta_I=10$
- (3) $C_I=0.022[\mu F]$, $L_{I1}=500[mH]$, $L_{I2}=50[mH]$, $C_2=0.0010[\mu F]$, $L_{2I}=10[mH]$, $L_{22}=1[mH]$, $g=0.222[mS]$, $\alpha=1.058$, $\beta_I=10$, $\beta_2=50$, $\beta_3=500$, $\gamma=22$.

図8 ツインカオス
Fig.8 Twin chaos.

サーキットの発振周波数の違いにより生じたわずかな相互干渉のために、それぞれのアトラクタは互いに影響を受けていると考えられる。特に、 $v_2 - i_{21}$ 平面のアトラクタは周期解とカオス振動の非同期振動によりトーラスのような形状になっている。

これらより、カオスと周期解は互いに影響をわずかに及ぼしあっているが、この2種類の解は非同期的に同時発振していると考えられる。

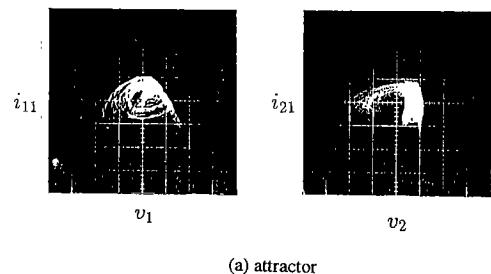
ツインカオス（2種類のカオスの非同期同時発振）

図8にツインカオスの場合のアトラクタおよびスペクトル特性を示す。

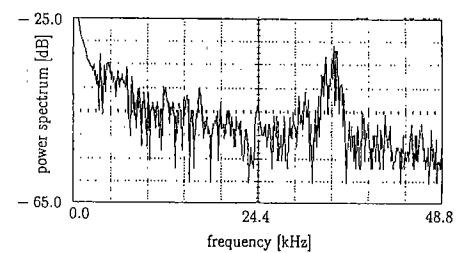
(1), (2)は稻葉らの回路、(3)は本回路での回路実験結果であり、線形負性抵抗を除く素子値はカオスと周期解の同時発振のときと同じ値に設定する。(1)のアトラクタは約3.5[kHz]をピーク周波数とし、低い周波数成分を多く含んだカオス、(2)では高い周波数を多く含んだカオスが得られた。本回路からは、低い周波数領域と高い周波数領域にピークをもつスペクトル特性が得られ、そのスペクトル特性は、やはり(1)と(2)のスペクトルの特徴を併せもっていることが確認できる。また、本回路の上部および下部のサブサーキットに発生するカオスの形状は(1), (2)のそれと類似していることも確認された。これらより、2種類のカオス（低い周波数成分を多く含んだカオスと高い周波数成分を多く含んだカオス）の非同期同時発振つまりツインカオスが発生していることが確認された。

(3)の二つのアトラクタを比較すると、ツインカオスは互いに影響を受けているのが確認される。これは、上述したカオスの特徴により、それぞれ局所的に不安定なツインカオスは互いに影響を受けていると考えられる。また、カオスと周期解の同時発振の場合と比較すると、ツインカオスの方が相互干渉による影響を大きく受けていることも確認された。これは、カオスが周期解よりも不安定であるために局所的な影響を多く受けているためと考えられる。

更に、各々のサブサーキットにおける解は非同期で振動しているため、サブサーキット一つの場合と同様に、各々のサブサーキットで周期倍分岐によりカオスに至ると考えられる。しかし、相互干渉による影響を完全に無視することはできないので、周期解だけでなくトーラスも観測され、トーラスダブルリングによりカオスに至る様子も観測している。このような分岐現象を調査していくことは非常に興味深い問題であり、今後の重要な課題の一つである。



(a) attractor



(b) spectral characteristics

$$\begin{aligned} C_1 &= 0.010[\mu\text{F}], L_{11} = 100[\text{mH}], L_{12} = 10[\text{mH}], \\ C_2 &= 0.0010[\mu\text{F}], L_{21} = 10[\text{mH}], L_{22} = 1[\text{mH}], \\ g &= 0.221[\text{mS}], \alpha = 0.701, \beta_1 = 10, \beta_2 = 10, \beta_3 = 100, \gamma = 10. \end{aligned}$$

図9 二つの発振周波数を接近させた場合
Fig.9 Case that two oscillation frequencies are closer.

次に、二つのサブサーキットの発振周波数を接近させた場合のアトラクタおよびスペクトル特性を図9に示す。アトラクタについて図8(3)と比較すると、サブサーキットを接近させた方が相互干渉による影響をより大きく受けていることがわかる。これは、カオスは局所的に不安定であること、発振周波数を接近させたことにより、サブサーキット間において相互干渉による影響が大きくなつたことにより生じた結果と考えられる。スペクトル特性については、高い周波数領域におけるパワースペクトルのピークは観測できるが、低い周波数領域でのピークははっきりと確認することはできなかった。

更に、二つのサブサーキットの発振周波数を接近させて、ほぼ同一の周波数にするとツインカオスは観測されず、単一モード（サブサーキットが一つの場合）のカオスだけが観測される。これより、安定なツインカオスを得るためにには二つのサブサーキットの発振周波数を大きく異なるように設定しなければならないことがわかる。このような条件から得られた安定なツイ

ンカオスは高次元系に発生するカオスを幾種類かのカオスに分割し、低次元系のカオスとみなして解析できる可能性を示すものである。従って、本研究の結果は高次元系に発生するカオス現象に有効であることを示唆していると考えられる。

4. む す び

本研究では、稲葉らにより提案された簡単なカオス発生回路のパラメータ値、特に自然周波数の異なる2組を直列に結合した2自由度カオス発生回路を提案し、それについて解析を行った。

回路実験より、カオスと周期解の非同期同時発振および2種類のカオスの非同期同時発振現象、すなわちツインカオスの発生を確認した。また、二つのサブサーキットの発振周波数を大きく異なるように設定することによって、サブサーキット間の相互干渉が小さくなり、安定なツインカオスが得られることを示した。

本研究の結果は、高次元の結合系カオス発生回路に発生するカオス現象の解析に有効であることを示唆していると思われる。

文 献

- [1] B. van der Pol, "An oscillation hysteresis in a triode generator with 2-degrees of freedom," *Phil. Mag.*, vol.43, pp.700–719, April 1922.
- [2] B. van der Pol, "The nonlinear theory of electric oscillations," *Proc. IRE*, vol.22, pp.1051–1086, Sept. 1934.
- [3] J.S. Schaffner, "Simultaneous oscillations in oscillators," *IRE Trans. Circuit Theory*, vol.CT-1, pp.2–8, June

1954.

- [4] M.I. Disman and W.A. Edson, "Simultaneous asynchronous oscillations in class-C oscillators," *Proc. IRE*, vol.46, pp.895–903, May 1958.
- [5] 斎藤恒雄, 高木 相, 真野国夫, "非線形共振回路を有する発振回路における多重モード発振," *信学論(A)*, vol.57-A, no.7, pp.511–518, July 1974.
- [6] For example see the special issue on Chaos in Nonlinear Electronic Circuits, *IEEE Trans. Circuits & Syst.*, vol.40, no.10&11, 1993.
- [7] 稲葉直彦, 斎藤利通, "ダイオードを含むある3次元自励振動回路族におけるカオス発生の物理的メカニズムに関する考察," *信学論(A)*, vol.J74-A, no.12, pp.1766–1773, Dec. 1991.
- [8] N. Inaba and S. Mori, "Chaotic phenomena in a circuit with a diode due to the change of the oscillation frequency," *IEICE Trans.*, vol.E71, no.9, pp.842–849, Sept. 1988.
- [9] N. Inaba, T. Saito, and S. Mori, "Chaotic phenomena in a circuit with a negative resistance and an ideal switch of diodes," *IEICE Trans.*, vol.E70, no.8, pp.744–754, Aug. 1987.
- [10] 斎藤利通, "不感帯コンダクタハイパーカオス発生器," *信学論(A)*, vol.J72-A, no.7, pp.1084–1092, July 1989.
- [11] 西尾芳文, 稲葉直彦, 森 真作, "二つのダイオードを含む4次元自励振動回路に発生するカオス," *信学論(A)*, vol.J74-A, no.4 pp.681–691, April 1991.
- [12] 和田昌浩, 西尾芳文, 牛田明夫, "インダクタで結合された二つのカオス回路の同相同期現象," *信学技報*, NLP95-9, May 1995.

(平成7年3月30日受付, 7月10日再受付)