

カオス発生回路を用いた雑音発生器

准 員 鈴木 克典[†] 正 員 西尾 芳文^{††} 正 員 森 真作[†]

Design of the Noise Generator Using Chaotic Circuit

Katsunori SUZUKI[†], Associate Member, Yoshifumi NISHIO^{††}
and Shinsaku MORI[†], Members

あらし 本論文では、カオス発生回路を用いた雑音発生器のアプローチを提案する。提案する回路ではダイオードを理想的なスイッチとみなす簡略化によって、複数の発振周波数が回路に発生することが直観的に把握できる。また、アトラクタから周波数の切り換わりの様子を確認することができる。周波数は回路内の記憶素子に大きく依存し、その数は回路の高次元化によってより多くの周波数が発生する。回路素子の変化および回路の高次元化によってスペクトル特性が容易に制御できるため、雑音発生器としての応用の可能性を示唆していると考えられる。更に、解析結果の妥当性を回路実験によって確認している。

キーワード カオス発生回路、雑音発生器、スペクトル特性

1. ま え が き

カオス現象は電気・電子回路をはじめとするさまざまな実物理システムに発生し、単純なデバイスを用いることでより複雑な機能を容易に実現し得る可能性を秘めていること⁽¹⁾から、近年、カオスの工学的分野への応用に関する研究が盛んに行われている⁽²⁾。

カオスの写像を利用したシステムとしては乱数発生器、暗号方式、雑音発生器などが報告されている。これらは、カオスの特徴として挙げられるパラメータあるいは初期値に対する鋭敏性、解の不規則性に着目し、1次元写像を応用したものであるが、回路による実現を考慮すると、その回路構成は複雑になると考えられる。そのため、このようなシステムの実現はカオスの利点を損なうものと考えられる。

上記のような簡単なカオスの写像を利用した工学システムの例はいくつか報告されているが、実物理システムに発生するカオスの応用例はほとんど報告されていない。これは、実物理システムに発生するカオスがどのような要因によって生じ、どのような特徴をもつのか、いまだ完全には解明されていないため、カオス

の制御方法が複雑かつ困難となっているためだと考えられる。

一方、稲葉らはある3次元自励振動回路族におけるカオス発生の物理的メカニズムに関する検討を行っている^{(7),(8)}。稲葉らは同回路族に含まれるダイオードのスイッチング動作によって、二つの大きく異なる周波数がランダムかつ交互に回路に生じ、この発振周波数の変化がカオス発生のメカニズムと言われる解の折畳みの役割を担う物理的要因の一つであると説明している。

本論文では、カオス発生回路を用いた雑音発生器へのアプローチを行う。本回路モデルは稲葉と筆者らの回路⁽⁷⁾を拡張したモデルであり、多数のインダクタとしきい値電圧の異なるダイオードを組み合わせた回路である。ダイオードのOFF抵抗は非常に大きいため、回路方程式は微小パラメータを含む拘束方程式として表される。本論文では、ダイオードが理想的なスイッチとして動作するという簡略化を行う⁽⁹⁾。これはダイオードのOFF抵抗を無限大とした場合に対応し、この簡略化によって、回路方程式は最大2次元の微分方程式まで縮退し、解析が容易になる。また、ダイオードのスイッチング動作が明確になるため、回路に生じる現象の物理的説明が可能となる。すなわち、ダイオードのスイッチング動作により、回路内においてインダクタの変化が生じ、複数の異なる発振周波数の発生を説明することができる。本回路モデルに対し、回路実

[†] 慶応義塾大学理工学部電気工学科, 横浜市
Faculty of Science and Technology, Keio University, Yokohama-shi, 223 Japan

^{††} 徳島大学工学部電気電子工学科, 徳島市
Faculty of Engineering, Tokushima University, Tokushima-shi, 770 Japan

各領域の解は連続的に次の遷移条件に基づいて接続される。

- 領域 1 → 領域 2 : $x_1 = 1$
- 領域 2 → 領域 3 : $x_1 = \varepsilon_1$
- 領域 3 → 領域 2 : $x_4 = 0$
- 領域 2 → 領域 1 : $x_3 = 0$

- 領域 1 → 領域 2 : $x_1 = 1$
- 領域 2 → 領域 3 : $x_1 = \varepsilon_1$
- 領域 3 → 領域 4 : $x_1 = \varepsilon_2$
- 領域 4 → 領域 3 : $x_5 = 0$
- 領域 3 → 領域 2 : $x_4 = 0$
- 領域 2 → 領域 1 : $x_3 = 0$

2.1.2 回路モデル 2

式 (4) の回路方程式は以下のように表される。

$$\begin{cases} \dot{x}_1 = \alpha x_1 - x_2 - x_3 - x_4 - x_5 \\ \dot{x}_2 = x_1 \\ \dot{x}_3 = \beta_1 x_1 - \frac{\beta_1}{2\mu}(x_3 + \mu - |x_3 - \mu|) \\ \dot{x}_4 = \beta_2 x_1 - \frac{\beta_2}{2\mu}(x_4 + \mu\varepsilon_1 - |x_4 - \mu\varepsilon_1|) \\ \dot{x}_5 = \beta_3 x_1 - \frac{\beta_3}{2\mu}(x_5 + \mu\varepsilon_2 - |x_5 - \mu\varepsilon_2|). \end{cases} \quad (9)$$

回路方程式は四つの区分線形領域においてそれぞれ以下のように簡略化される。

[領域 1]

$$\begin{cases} \dot{x}_1 = \alpha x_1 - x_2 \\ \dot{x}_2 = x_1. \end{cases} \quad (10)$$

[領域 2]

$$\begin{cases} \dot{x}_1 = \alpha x_1 - x_2 - x_3 \\ \dot{x}_2 = x_1 \\ \dot{x}_3 = \beta_1(x_1 - 1). \end{cases} \quad (11)$$

[領域 3]

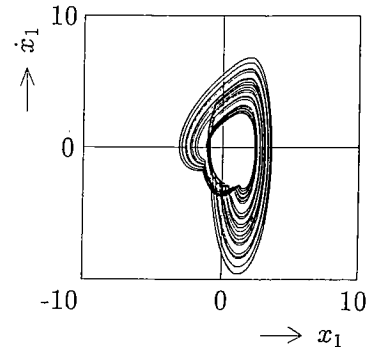
$$\begin{cases} \dot{x}_1 = \alpha x_1 - x_2 - x_3 - x_4 \\ \dot{x}_2 = x_1 \\ \dot{x}_3 = \beta_1(x_1 - 1) \\ \dot{x}_4 = \beta_2(x_1 - \varepsilon_1). \end{cases} \quad (12)$$

[領域 4]

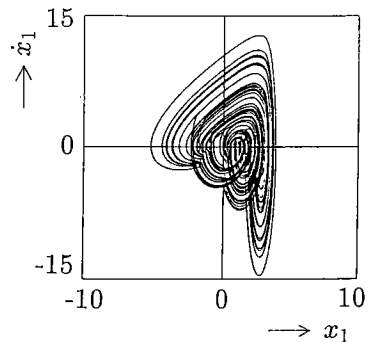
$$\begin{cases} \dot{x}_1 = \alpha x_1 - x_2 - x_3 - x_4 - x_5 \\ \dot{x}_2 = x_1 \\ \dot{x}_3 = \beta_1(x_1 - 1) \\ \dot{x}_4 = \beta_2(x_1 - \varepsilon_1) \\ \dot{x}_5 = \beta_3(x_1 - \varepsilon_2). \end{cases} \quad (13)$$

各領域の解は連続的に次の遷移条件に基づいて接続される。

図 3 に回路モデル 1, 2 におけるそれぞれの正規化された回路方程式を解いて得られたカオスのアトラクタの例を示す。各パラメータは回路モデル 1 ($n = 3$) の場合、 $(\alpha, \beta_1, \beta_2, \varepsilon_1) = (0.93, 3.50, 14.0, 2.00)$ 、回路モデル 2 ($n = 4$) の場合、 $(\alpha, \beta_1, \beta_2, \beta_3, \varepsilon_1, \varepsilon_2) = (1.20, 3.50, 14.0, 140, 2.00, 3.00)$ である。正規化した角周波数 ω を用いると、 x_1 は $\exp(\sigma\tau) \cos \omega\tau$ と $\exp(\sigma\tau) \sin \omega\tau$ の線形和として表せる。また、 \dot{x}_1 には $\omega \cos \omega\tau$ と $\omega \sin \omega\tau$ の項が生じ、 ω が振幅部分に含まれる。これより、 $x_1 - \dot{x}_1$ の位相平面において解軌跡は ω に大きく依存することがわかる。各線形領域では ω が異



(a) Circuit model 1



(b) Circuit model 2

図 3 数値実験で得られたカオスのアトラクタ
Fig.3 Chaotic attractors by numerical experiment.

なるため、解軌跡は縦横の振幅の比つまり偏平率の異なるだ円を描くことがわかる。回路モデル1の場合、各領域における ω の比は $\omega_1 : \omega_2 : \omega_3 = 1.00 : 2.34 : 4.83$ となり、解は三つの領域を遷移するため、3種類の形状の異なるだ円を組み合わせたアトラクタを観測することができる。同様にして、回路モデル2の場合、 $\omega_1 : \omega_2 : \omega_3 : \omega_4 = 1.00 : 2.54 : 5.32 : 15.7$ となり、4種類の形状の異なるだ円を組み合わせたアトラクタを観測することができる。但し、 $\omega_1, \omega_2, \omega_3, \omega_4$ はそれぞれ領域1, 2, 3, 4における正規化した角周波数に相当する。従って、 $x_1 - \dot{x}_1$ の位相平面におけるアトラクタを観測すれば、その形状から発振周波数の数がわかる。図3(a)において、3領域の切り換わりでカオスが発生していることは明らかであり、各領域で異なる周波数成分をもつ振動の存在が確認される。図3(b)においても、4領域の切り換わりでカオスが発生していることは明らかであり、各領域で異なる周波数成分をもつ振動の存在が確認される。物理的には、ダイオードのスイッチング動作により発振周波数の大きく異なる解が発生し、それらの解が接続され、カオスが発生していると考えられる。

3. スペクトル特性

本回路においてカオスが発生している場合のスペクトル特性を数値計算によって求めた。但し、数値計算にはダイオードを理想化した場合の回路方程式を用いてスペクトル特性を求め、インダクタ $L_0, L_1, L_2, L_3, \dots, L_{n-1}$ は以下に示す条件を満たすことに注意する。

$$L_0 > L_1 > L_2 > L_3 > \dots > L_{n-1} \quad (14)$$

回路に生じる発振周波数は、回路を構成している記憶素子 L, C に大きく依存し、ダイオードのスイッチング動作により発振周波数の変化が生じる⁽⁷⁾。そこで、回路モデル1では特に高い発振周波数を生じさせる要因となる L_2, C を変化させた場合および L_3 を付加させた回路モデル2についてスペクトル特性を求める。つまり、パラメータにおいて $\beta_2, \Delta\tau$ および β_3 を以下のように変化させた場合についてスペクトル特性の変化を調べる。ここで、 $\Delta\tau$ は正規化した標本間隔である。

3.1 回路モデル1

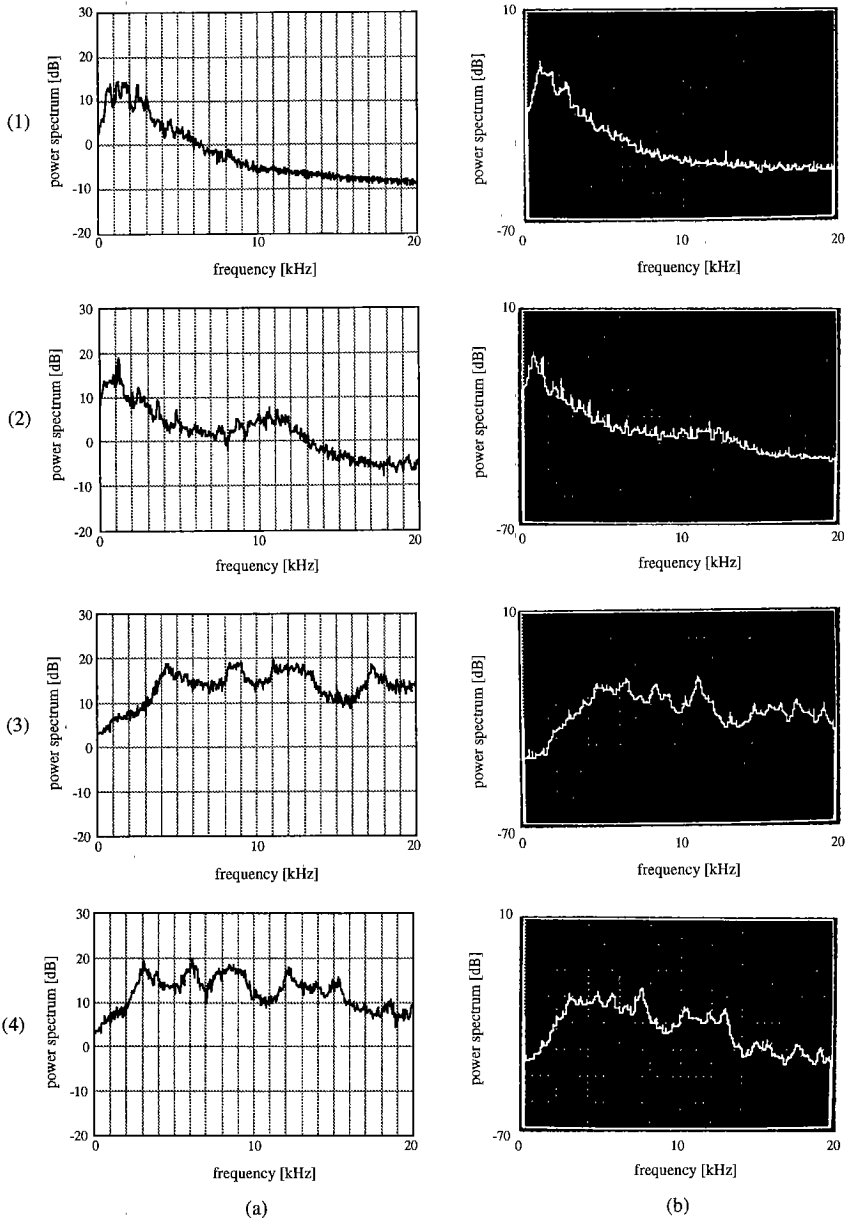
[CASE 1] 回路の素子値が $L_0 = 700$ [mH], $L_1 = 200$ [mH], $L_2 = 50$ [mH], $C = 0.037$ [μ F],

$g = 0.214$ [mS] ($\alpha = 0.930, \beta_1 = 3.50, \beta_2 = 14.00, \varepsilon_1 = 2.00, \Delta\tau = 0.0155$)の場合をCASE 1とし、スペクトル特性を図4(1)に示す。これより、2[kHz]付近でピークをもったスペクトル特性を確認することができる。以下では、図4(1)との比較を行う。

[CASE 2] インダクタ L_2 を小さくした場合、つまり β_2 を大きくした場合をCASE 2とする。解軌跡は、領域1, 領域2では定性的に一致するが、領域3では L_2 を小さくすることによって、より高い発振周波数を含んだ解が得られる。 $L_2 = 4.77$ [mH], $g = 0.352$ [mS] ($\alpha = 1.532, \beta_1 = 3.50, \beta_2 = 146.75, \varepsilon_1 = 2.00, \Delta\tau = 0.0155$)のときのスペクトル特性を図4(2)に示す。図4(1)と比較すると、11[kHz]付近にピークが生じ、高い周波数領域においてパワースペクトルが増大したスペクトル特性を確認することができる。11[kHz]付近に生じたピークは L_2 を小さくしたことによって得られ、このピークにより高い周波数領域のパワースペクトルが増大されると考えられる。

[CASE 3] すべてのインダクタの比率を一定に保ち、すべてのインダクタを変化させた場合、パラメータ $\beta_1, \beta_2, \varepsilon_1$ は不変で、 $\alpha, \Delta\tau$ が変化する。そこで、 α を一定に保つように g を変化させた場合をCASE3とすると、 $\Delta\tau$ のみが変化する。よって、解の速度が変化するだけでアトラクタはCASE 1と理論上全く同一な軌跡を描くことが確認される。回路素子において L_0, L_1, L_2 を小さくした場合、 $\Delta\tau$ は大きくなり解はより速く変化する。従って、より高い周波数成分を多く含むが、CASE 1のアトラクタと形状が変わらないカオス的なアトラクタを観測することができる。回路に発生する発振周波数について考慮すると、インダクタを小さくすることによってより高い発振周波数の発生を直感的に把握できる。 $\alpha = 0.930, \beta_1 = 3.50, \beta_2 = 14.00, \varepsilon_1 = 2.00, \Delta\tau = 0.1098$ のときのスペクトル特性を図4(3)に示す。図4(1)と比較すると、高い周波数領域(10[kHz]から20[kHz])におけるパワースペクトルの増大が観測され、パワースペクトルの広がりをもつスペクトル特性が確認された。

[CASE 4] インダクタ L_0, L_1, L_2 を一定にし、キャパシタを変化させた場合、パラメータ $\beta_1, \beta_2, \varepsilon_1$ は不変で、 $\alpha, \Delta\tau$ のみが変化する。そこで、CASE 3と同様に α を一定に保つように g を変化させた場合をCASE 4とすると、 $\Delta\tau$ のみが変化するので解の速度が変化するだけでアトラクタの形状はCASE 1のもの



- (1) $(\beta_1, \beta_2, \varepsilon_1, \Delta\tau) = (3.50, 14.0, 2.00, 0.0155)$, (a) $\alpha = 0.930, \alpha = 0.922$
 (2) $(\beta_1, \beta_2, \varepsilon_1, \Delta\tau) = (3.50, 147, 2.00, 0.0155)$, (a) $\alpha = 1.53, \alpha = 1.38$
 (3) $(\beta_1, \beta_2, \varepsilon_1, \Delta\tau) = (3.50, 14.0, 2.00, 0.110)$, (a) $\alpha = 0.930, \alpha = 0.849$
 (4) $(\beta_1, \beta_2, \varepsilon_1, \Delta\tau) = (3.50, 14.0, 2.00, 0.0772)$, (a) $\alpha = 0.930, \alpha = 0.948$

図4 回路モデル1のスペクトル特性
 (a) 数値実験結果
 (b) 回路実験結果

Fig. 4 Spectral characteristics of circuit model 1.
 (a) Numerical results.
 (b) Circuit experimental results.

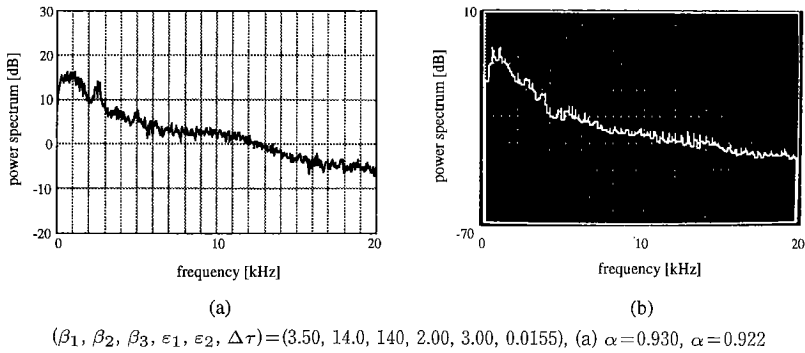


図5 回路モデル2のスペクトル特性
(a) 数値実験結果
(b) 回路実験結果

Fig.5 Spectral characteristics of circuit model 2.
(a) Numerical results.
(b) Circuit experimental results.

と等しくなる。キャパシタを小さくすると $\Delta\tau$ は大きくなり解は速く変化し、高い周波数成分を多く含んだカオス的アトラクタを観測することができる。回路に発生する発振周波数について考慮すると、キャパシタを小さくすることによってより高い発振周波数の発生を直感的に把握できる。 $\alpha = 0.930$, $\beta_1 = 3.50$, $\beta_2 = 14.00$, $\epsilon_1 = 2.00$, $\Delta\tau = 0.0772$ のときのスペクトル特性を図4(4)に示す。図4(1)と比較すると、キャパシタが小さいほど高い周波数領域までスペクトルの広がり確認することができる。

従って、CASE 2とCASE 3より、キャパシタ、インダクタのいずれか一方を小さくするだけで $\Delta\tau$ を大きくすることができ、それによって容易かつ有効的にスペクトルの広がりを実現することができる。また、 β_2 を小さくすることによってもスペクトルの広がりを実現することができる。

3.2 回路モデル2

[CASE 5] すべてのダイオードがON状態のとき、回路には最も高い発振周波数が発生し、回路モデル2では回路モデル1より高い発振周波数が発生する。 L_3 に直列に構成されたダイオードがON状態にある場合、つまり解が領域4にある場合、解は他の領域と比較して速く変化する。 $\alpha = 1.390$, $\beta_1 = 3.50$, $\beta_2 = 14.00$, $\beta_3 = 140.00$, $\epsilon_1 = 2.00$, $\epsilon_2 = 3.00$, $\Delta\tau = 0.0155$ のときのスペクトル特性を図5に示す。図4(1)と比較すると、回路の高次元化によってスペクトルが高い周波数領域まで広がっているのが確認される。また、アトラクタからも回路モデル1よりも高い周波数

成分を多く含んでいることがわかる(図3参照)。

4. 回路実験

回路実験によって求められたスペクトル特性を図4(b)および図5(b)に示す。数値計算結果と比較すると、これらの結果は定性的にほぼ一致していることが確認され、ダイオードの理想化による解析手法の妥当性を示している。

5. むすび

本論文では、カオス発生回路を用いた雑音発生器へのアプローチを行った。回路モデル1では、インダクタ L_2 を小さくすることによって β_2 を小さくした場合、インダクタ L あるいはキャパシタ C を小さくすることによって $\Delta\tau$ を大きくした場合について、スペクトルの広がりが生じることを数値実験および回路実験によって確認した。また、回路モデル2では回路モデル1より高い周波数領域でのスペクトルの広がりを確認した。つまり、提案回路においてキャパシタ、インダクタを変化させたり、回路を高次元化することにより、さまざまなスペクトル特性を得ることができることを確認した。

希望するスペクトル特性をもつ雑音を正確に発生させる回路を作成することは極めて困難であると思われる。しかしながら、本論文で示されたCASE 2~5の結果は、希望するスペクトル特性に近い特性をもつ雑音を発生する回路を容易に作成できることを示唆しており、カオス発生回路を用いた雑音発生器設計の第1

歩になることが期待される。

文 献

- (1) 合原一幸：“カオス—応用をめざして”，数理科学，348, June, pp.5-10, サイエンス社 (1992).
- (2) Kohda T. and Aihara K.: “Chaos in Discrete Systems and Diagnosis of Experimental Chaos”, Trans. IEICE, E73, 6, pp.772-783 (1990).
- (3) Oishi S. and Inoue H.: “Pseudo-Random Number Generators and Chaos”, Trans. IEICE, E65, 9, pp.534-541 (1982).
- (4) Habutsu T., Nishio Y., Sasase I. and Mori S.: “A Secret Key Cryptosystem Using a Chaotic Map”, Trans. IEICE, E73, 7, pp.1041-1044 (1990).
- (5) 村尾健次, 香田 徹：“区分力学系における間欠性カオスと $1/f$ スペクトル”，信学技報, NLP83-23 (1983-10).
- (6) Kohda T.: “An Electronic Noise Generator with $1/f$ spectrum”, IEEE Proc. ISCAS'85 pp.859-862 (1985).
- (7) Inaba N. and Mori S.: “Chaotic Phenomena in a Circuit with a Diode due to the Change of the Oscillation Frequency”, Trans. IEICE, E71, 9, pp.842-849 (1988).
- (8) 稲葉直彦, 齊藤利道：“ダイオードを含むある3次元自励振動回路族におけるカオス発生の物理的メカニズムに関する考察”，信学論 (A), J74-A, 12, pp.1766-1773 (1991-12).
- (9) Inaba N., Saito T. and Mori S.: “Chaotic Phenomena in a Circuit with a Negative Resistance and an Ideal Switch of Diodes”, Trans. IEICE, E70, 8, pp.744-754 (1987).

(平成6年4月11日受付, 9月12日再受付)



森 真作

昭32慶大・工・電気卒。昭37同大学院博士課程了。同年、慶大・工・電気勤務。現在、同大・理工・電気教授。主として、非線形回路、デジタル通信システム、デジタル位同期ループ、医用工学等に関する研究に従事。IEEE、電気学会、計測自動制御学会、日本ハイパーサーミア学会、日本シミュレーション学会、情報理論とその応用学会各会員。工博。



鈴木 克典

平5慶大・理工・電気卒。同大学院修士課程在学中。主として、非線形回路理論に関する研究に従事。



西尾 芳文

昭63慶大・理工・電気卒。平5同大学院博士課程了。同年、徳島大・工学部・電子電気勤務。現在、同大専任講師。主として、非線形回路理論に関する研究に従事。IEEE 会員。工博。