

ヒステリシス飽和特性をもつ非線形インダクタを含む LCR 発振器
に発生するカオス

正 員 西尾 芳文[†] 正 員 森 真作[†]

Chaotic Phenomena in an LCR Oscillator with a Hysteresis Inductor

Yoshifumi NISHIO[†] and Shinsaku MORI[†], *Members*

あらまし 本論文では、ヒステリシス飽和特性をもつ非線形インダクタを含む LCR 発振器に発生するカオス現象が解析される。本回路モデルは 2 階線形微分方程式が各ヒステリシスループの枝によって切り換わる形の極めて簡単な方程式によって記述される。その結果、ポアンカレ写像を 1 次元写像として厳密に導出することができる。この 1 次元写像において、カオスが発生するパラメータ領域を簡単な仮定のもとで数値的に求めている。ここでカオスの定義は、写像が唯一絶対連続な不変測度をもち拡大的であることとした。また、ヒステリシスループの存在のカオス発生にかかわる役割を明らかにしている。

キーワード カオス、ヒステリシスインダクタ、1 次元写像

1. ま え が き

非線形系に発生するカオス現象は、自然科学のさまざまな分野で注目を集めさまざまな系を対象として解析がなされてきた。一般に自律系微分方程式においては、位相空間内で解軌道が交差することができないので、3 次元以上の系にしかカオスは発生しない。しかし、ヒステリシス飽和特性をもつ非線形素子を含む回路では、2 次元系においてもカオスが発生する場合がある。従来、ヒステリシス抵抗を含む 2 次元自励振動回路にカオスが発生することが報告されている^{(1)~(3)}。このような回路モデルは、2 階の微分方程式が切り換わる形の方程式で記述されるため解析が極めて簡単になる。また、ポアンカレ写像を 1 次元写像として厳密に導出することができ、カオス現象の発生についての詳しい議論が可能である。

一方、ダフィング方程式をはじめとして可飽和鉄心コイルを含む系は古くから解析されており、カオスをはじめさまざまな現象が発生することが知られている⁽⁴⁾。実際の可飽和鉄心コイルはヒステリシス特性をもち、このヒステリシス特性がカオス発生や分岐現象にどのような影響を与えるかといった議論は興味深

い。松尾らは、ヒステリシス特性を含むダフィング方程式の分岐現象について詳しく調べ、ヒステリシス特性の存在が分岐現象に与える影響について報告している⁽⁵⁾。文献(5)ではカオス発生については深い議論はなされておらず、また、ダフィング方程式はヒステリシス特性を含まない場合にもカオスを発生するので、ヒステリシス特性がカオス発生の主たる要因とは考えられない。

本論文では、ヒステリシス飽和特性をもつ非線形インダクタを含む LCR 発振器に発生するカオス現象の解析を行う。本回路はわずかに 3 素子で構成される極めて簡単な自励振動回路であり、非線形インダクタのヒステリシス特性もマイナーループの存在しない極めて簡単な特性をもつものとする。解析は写像法によって行われるが、本回路モデルは 2 階線形微分方程式が各ヒステリシスループの枝によって切り換わる形の極めて簡単な方程式によって記述されることから、ポアンカレ写像を 1 次元写像として厳密に導出することができる。この 1 次元写像において、カオスが発生するパラメータ領域を簡単な仮定のもとで数値的に求めている。ここでカオスの定義は、写像が唯一絶対連続な不変測度をもち拡大的であること⁽⁶⁾とした。

また、カオス発生メカニズムは「引き延ばし」と「折畳み」にあるといわれているが、本回路モデルでは可飽和インダクタのヒステリシスループが「折畳み」

[†] 慶応義塾大学理工学部電気工学科, 横浜市
Faculty of Science and Technology, Keio University,
Yokohama-shi, 223 Japan

の役割をもつことが示される。

2. 回路モデル

図1に回路モデルを示す。本回路は線形負性抵抗、キャパシタ、ヒステリシス飽和特性をもつ非線形インダクタの3素子だけで構成される。キャパシタの両端の電圧を v 、非線形インダクタの磁束を ϕ 、電流を i とすると回路方程式は次のように表される。

$$\begin{cases} \frac{d\phi}{dt} = v \\ C \frac{dv}{dt} = gv - i \end{cases} \quad (1)$$

図2に非線形インダクタの ϕ - i 特性を示す。この非線形インダクタは図2に示されるように、マイナーループは存在しないヒステリシス飽和特性を示し、また区分的に線形な特性をもつものとする。これは可飽和鉄心コイル等のヒステリシス特性の最も簡単な近似の一つである。以下の解析では、各線形の枝を P^+ , P^- , O^+ , O^- と呼ぶことにする。各枝における ϕ と i の関係は以下のように表される。

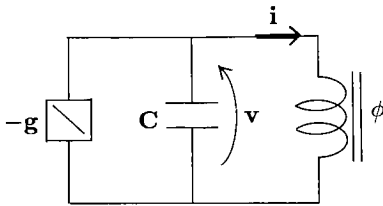


図1 回路モデル
Fig.1 Circuit model.

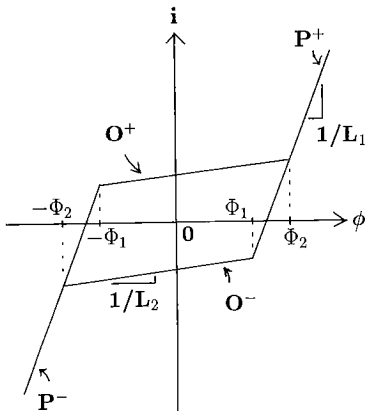


図2 ヒステリシスインダクタの ϕ - i 特性
Fig.2 ϕ - i characteristics of the hysteresis inductor.

$$\begin{aligned} P^+ \text{ の枝: } i &= \frac{\phi}{L_2} - \frac{\Phi_1 - \Phi_2}{2} \left(\frac{1}{L_1} - \frac{1}{L_2} \right) \\ O^+ \text{ の枝: } i &= \frac{\phi}{L_1} - \frac{\Phi_1 + \Phi_2}{2} \left(\frac{1}{L_1} - \frac{1}{L_2} \right) \\ O^- \text{ の枝: } i &= \frac{\phi}{L_1} + \frac{\Phi_1 + \Phi_2}{2} \left(\frac{1}{L_1} - \frac{1}{L_2} \right) \\ P^- \text{ の枝: } i &= \frac{\phi}{L_2} + \frac{\Phi_1 - \Phi_2}{2} \left(\frac{1}{L_1} - \frac{1}{L_2} \right) \end{aligned} \quad (2)$$

また、各枝間の遷移条件は次のように表される。

$$\begin{aligned} P^+ \rightarrow O^- : \phi &= \Phi_1 \\ O^- \rightarrow P^+ : \phi &= \Phi_1 \\ O^- \rightarrow P^- : \phi &= -\Phi_2 \\ P^- \rightarrow O^+ : \phi &= -\Phi_1 \\ O^+ \rightarrow P^- : \phi &= -\Phi_1 \\ O^+ \rightarrow P^+ : \phi &= \Phi_2 \end{aligned} \quad (3)$$

変数変換

$$\begin{aligned} \phi &= \Phi_1 x, v = \frac{\Phi_1}{\sqrt{L_1 C}} y, t = \sqrt{L_1 C} \tau, \text{ ``.``} = \frac{d}{d\tau} \\ \frac{L_1}{L_2} &= \alpha (>1), \frac{\Phi_2}{\Phi_1} = \beta (>1), g\sqrt{\frac{L_1}{C}} = a (>0) \end{aligned} \quad (4)$$

によって、回路方程式は以下のように無次元化される。

$$\begin{aligned} \dot{x} &= y \\ \dot{y} &= ay - H(x) \end{aligned} \quad (5)$$

ここで、 $H(x)$ のヒステリシス関数を表し、各枝で以下のように表される。

$$\begin{aligned} P^+ \text{ の枝: } H(x) &= \alpha x + \frac{(1-\alpha)(1+\beta)}{2} \\ O^+ \text{ の枝: } H(x) &= x + \frac{(1-\alpha)(1-\beta)}{2} \\ O^- \text{ の枝: } H(x) &= x - \frac{(1-\alpha)(1-\beta)}{2} \\ P^- \text{ の枝: } H(x) &= \alpha x - \frac{(1-\alpha)(1+\beta)}{2} \end{aligned} \quad (6)$$

また、各枝間の遷移条件は次のようになる。

$$\begin{aligned} P^+ \rightarrow O^- : x &= 1 \\ O^- \rightarrow P^+ : x &= 1 \\ O^- \rightarrow P^- : x &= -\beta \\ P^- \rightarrow O^+ : x &= -1 \\ O^+ \rightarrow P^- : x &= -1 \\ O^+ \rightarrow P^+ : x &= \beta \end{aligned} \quad (7)$$

式(5)は各枝において線形であり、厳密解を以下のように求めることができる。

• P^\pm の枝

$$\begin{aligned} x &= \left\{ x_0 \pm \frac{(1-\alpha)(1+\beta)}{2\alpha} \right\} \exp \sigma \tau \cos \omega_p \tau \\ &+ \frac{1}{\omega_p} \left\{ y_0 - \alpha x_0 \mp \frac{\sigma(1-\alpha)(1+\beta)}{2\alpha} \right\} \end{aligned}$$

$$y = \dot{x} \quad (8)$$

• O^\pm の枝

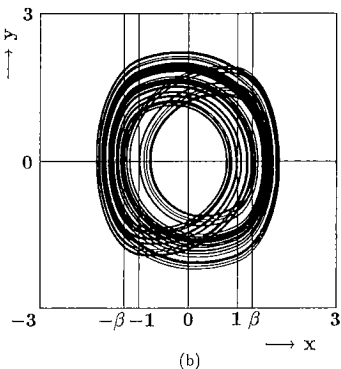
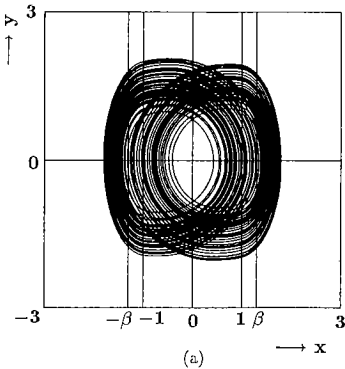
$$x = \left\{ x_0 \pm \frac{(1-\alpha)(1-\beta)}{2} \right\} \exp \sigma t \cos \omega_p t + \frac{1}{\omega_o} \left\{ y_0 - \alpha x_0 \mp \frac{\sigma(1-\alpha)(1-\beta)}{2} \right\} \exp \sigma t \sin \omega_p t \quad (9)$$

但し,

$$\sigma = \frac{a}{2}, \omega_p = \frac{\sqrt{4\alpha - a^2}}{2}, \omega_o = \frac{\sqrt{4 - a^2}}{2} \quad (10)$$

また, x_0, y_0 は各枝上における初期値を表す.

図3に式(8), (9)を解いて得られたカオスのアトラクタの例を示す.



(a) $\alpha=0, \beta=1.3, a=0.05$
 (b) $\alpha=4, \beta=1.3, a=0.12$

図3 カオスのアトラクタの例

Fig. 3 Examples of the chaotic attractors.

3. ベクトル場の構造

式(5)は各枝においては2次元の方程式であるが, ヒステリシスループの存在のため位相空間は単純な2次元平面ではなく, 図3を見ただけでは解の挙動は理解しにくい. そこで, $H(x)$ 軸を位相平面に加え図4に示されるように2次元平面が重ね合わされたような位相空間を考えると解の挙動が簡単に把握できる. 但し, $H(x)$ は非線形インダクタを流れる電流 i に対応しており, 独立変数ではなく便宜的に位相空間にいれて考える従属変数であることに注意する.

図5に図4の位相空間内で見たカオスのアトラクタの例を示す. パラメータ値は図3と同じ値を用いている. 解の挙動は次のようになる. P^- 上の初期点を出発する解を考えると, P^- と O^+ の特異点とはともに境界 $x = -1$ の近傍に存在しているので, 解は P^- と O^+ の二つの枝を交互に移動しながら振動する. このとき, 回路ではエネルギーの消費はなく線形負性抵抗によって供給されるエネルギーにより解の振幅は増大していく. 解の振幅がある程度大きくなり, $x = \beta$ に達すると解は P^+ の枝に移る. 適当なパラメータを選べば, このとき解の振幅は急に減少し, 今度は P^- と O^- の間で振動を始める. このように, 解が O^+ の枝から P^+ の枝に, あるいは O^- の枝から P^- に移ると, 回路ではヒステリシス損としてエネルギーが消費され, その大きさはヒステリシスループの面積に比例する. カオス発生のメカニズムは, 「引き延ばし」と「折畳み」にあるといわれているが, 本回路モデルでは負性抵抗が解を引き延ばし, ヒステリシス損が解を折り畳む役割をもつ

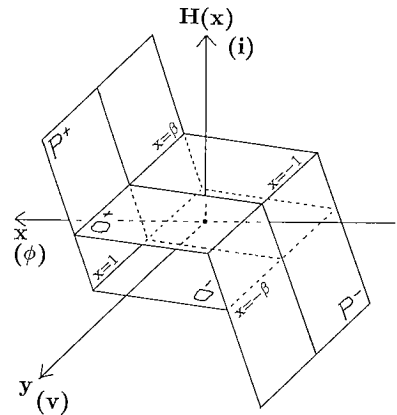
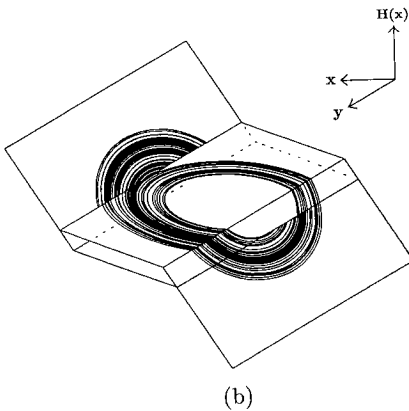
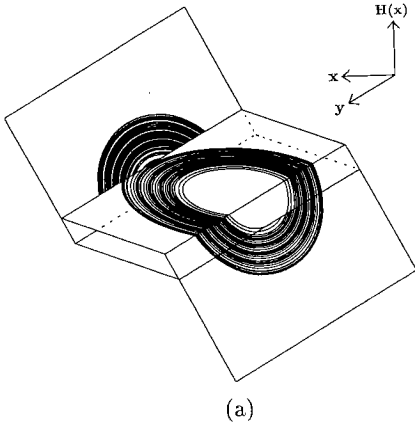


図4 $H(x)$ 軸を加えた位相空間

Fig. 4 Phase space with $H(x)$ -axis.



(a) $\alpha=5, \beta=1.3, a=0.05$
 (b) $\alpha=4, \beta=1.3, a=0.12$

図5 カオス的アトラクタの例
 Fig. 5 Examples of the chaotic attractors.

ていることがわかる。また、負性抵抗の値がヒステリシスループの面積に比十分大きい場合、解がヒステリシスループを1回転して消費するエネルギーよりもその間に負性抵抗から供給されるエネルギーの方が大きくなり解が発散してしまうこともある。なお、文献(1)~(3)で解析されている回路は、解が二つのヒステリシスの枝をジャンプして遷移し、解が四つの線形な平面を連続的に遷移する本モデルとは本質的に異なる系であることに注意する。

4. ポアンカレ写像の導出

図6に示すように次の二つの半直線を定義する。

$$\begin{aligned} L^+ &: x=-1, y>0 \\ L^- &: x=1, y<0 \end{aligned} \quad (11)$$

ここで、 L^+ は P^- から O^+ への遷移条件に、 L^- は P^+

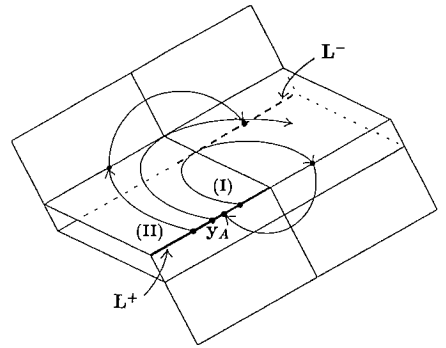


図6 ポアンカレ写像の導出
 Fig. 6 Derivation of the Poincaré map.

から O^- への遷移条件に対応している。 L^+ 上に初期値もつ解、すなわち $\tau=0$ に $(x, y)=(-1, y_0)(y_0>0)$ を出発する解について考える。まず、 O^+ から P^+ への遷移条件 $x=\beta$ にちょうど接するような初期点の y 座標を y_A とする。 $y=x$ であるので、 y_A を出発した解は $(x, y)=(\beta, 0)$ で $x=\beta$ に接する。それ故 y_A は $(\beta, 0)$ から出発した解を逆時間で解くことにより求まり、次のように与えられる。

$$y_A = \frac{1}{\omega_o} \left\{ \beta + \frac{(1-\alpha)(1-\beta)}{2} \right\} \frac{\sin \omega_o \tau_A}{\exp \sigma \tau_A} \quad (12)$$

但し、 τ_A は次の超越方程式で与えられる。

$$\begin{aligned} &\frac{1}{\exp \sigma \tau_A} \left\{ \beta + \frac{(1-\alpha)(1-\beta)}{2} \right\} \\ &\left(\cos \omega_o \tau_A + \frac{\sigma}{\omega_o} \sin \omega_o \tau_A \right) \\ &+ 1 - \frac{(1-\alpha)(1-\beta)}{2} = 0 \end{aligned} \quad (13)$$

解の挙動はその初期値 y_0 の大きさによって以下の二つに大別される(図6参照)。

(I) $0 \leq y_0 < y_A$ のとき：解は P^+ への遷移条件 $x=\beta$ に達することなく、 $\tau=\tau_1$ に $(x, y)=(-1, y_1)$ に達し、 P^- に入る。 P^- に入った解は $\tau=\tau_1+\tau_2$ に $(x, y)=(-1, y_2)$ で再び L^+ に達する。

(II) $y_A \leq y_0$ のとき：解は $\tau=\tau_3$ に $(x, y)=(\beta, y_3)$ で P^+ への遷移条件を打ち、 P^+ に入る。 P^+ に入った解は $\tau=\tau_3+\tau_4$ に $(x, y)=(1, y_4)$ で L^- に達する。

すなわち、 L^+ を出発した解は、適当な時刻に必ず L^+ 若しくは L^- に到達する。また、 L^- は L^+ と原点について対称に位置しており、また回路の対称性より L^- を出発する解についても全く同様な状況が考えられ、 L^+ または L^- に達する。 L^+ 若しくは L^- 上の点はその y 座標を用いて表すことができるので、ポアンカ

レ写像として次のような1次元写像を定義することができる。

$$F: L^+ \cup L^- \rightarrow L^+ \cup L^-, y_0 \mapsto F(y_0) \quad (14)$$

F の具体的な表現は以下のようになる。

(I) $0 \leq y_0 < y_A$ のとき:

y_1 は次のようになる。

$$y_1 = y_0 \exp \sigma \tau_1 \cos \omega_o \tau_1 + \frac{1}{\omega_o} \left\{ \sigma y_0 + 1 - \frac{(1-\alpha)(1-\beta)}{2} \right\} \exp \sigma \tau_1 \sin \omega_o \tau_1 \quad (15)$$

但し, τ_1 は次の超越方程式で表される。

$$\begin{aligned} & \left\{ -1 + \frac{(1-\alpha)(1-\beta)}{2} \right\} \exp \sigma \tau_1 \cos \omega_o \tau_1 \\ & + \frac{1}{\omega_o} \left\{ y_0 + \sigma - \frac{\sigma(1-\alpha)(1-\beta)}{2} \right\} \exp \sigma \tau_1 \sin \omega_o \tau_1 \\ & + 1 - \frac{(1-\alpha)(1-\beta)}{2} = 0 \end{aligned} \quad (16)$$

次に, y_2 は次のようになる。

$$y_2 = y_1 \exp \sigma \tau_2 \cos \omega_p \tau_2 + \frac{1}{\omega_p} \left\{ \sigma y_1 + \alpha + \frac{(1-\alpha)(1+\beta)}{2} \right\} \exp \sigma \tau_2 \sin \omega_p \tau_2 \quad (17)$$

但し, τ_2 は次の超越方程式で表される。

$$\begin{aligned} & \left\{ -1 - \frac{(1-\alpha)(1+\beta)}{2\alpha} \right\} \exp \sigma \tau_2 \cos \omega_p \tau_2 \\ & + \frac{1}{\omega_p} \left\{ y_1 + \sigma + \frac{\sigma(1-\alpha)(1+\beta)}{2\alpha} \right\} \exp \sigma \tau_2 \sin \omega_p \tau_2 \\ & + 1 + \frac{(1-\alpha)(1+\beta)}{2\alpha} = 0 \end{aligned} \quad (18)$$

そして, 次式を得る。

$$F(y_0) = y_2 \quad (19)$$

(II) $y_A \leq y_0$ のとき:

y_3 は次のようになる。

$$y_3 = y_0 \exp \sigma \tau_3 \cos \omega_o \tau_3 + \frac{1}{\omega_o} \left\{ \sigma y_0 + 1 - \frac{(1-\alpha)(1-\beta)}{2} \right\} \exp \sigma \tau_3 \sin \omega_o \tau_3 \quad (20)$$

但し, τ_3 は次の超越方程式で表される。

$$\begin{aligned} & \left\{ -1 + \frac{(1-\alpha)(1-\beta)}{2} \right\} \exp \sigma \tau_3 \cos \omega_o \tau_3 \\ & + \frac{1}{\omega_o} \left\{ y_0 + \sigma - \frac{\sigma(1-\alpha)(1-\beta)}{2} \right\} \exp \sigma \tau_3 \sin \omega_o \tau_3 \\ & - \beta - \frac{(1-\alpha)(1-\beta)}{2} = 0 \end{aligned} \quad (21)$$

次に, y_4 は次のようになる。

$$y_4 = y_3 \exp \sigma \tau_4 \cos \omega_p \tau_4$$

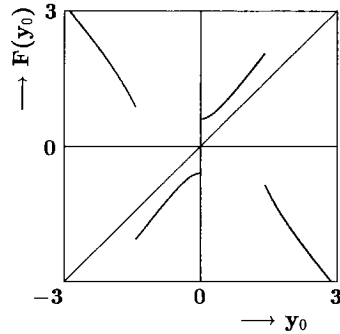


図7 ポアンカレ写像 F
Fig. 7 Poincaré map F
($\alpha=4, \beta=1.3, a=0.12$).

$$+ \frac{1}{\omega_p} \left\{ \sigma y_3 - \alpha \beta - \frac{(1-\alpha)(1+\beta)}{2} \right\} \exp \sigma \tau_4 \sin \omega_p \tau_4 \quad (22)$$

但し, τ_4 は次の超越方程式で表される。

$$\begin{aligned} & \left\{ \beta + \frac{(1-\alpha)(1+\beta)}{2\alpha} \right\} \exp \sigma \tau_4 \cos \omega_p \tau_4 \\ & + \frac{1}{\omega_p} \left\{ y_3 - \beta \sigma - \frac{\sigma(1-\alpha)(1+\beta)}{2\alpha} \right\} \exp \sigma \tau_4 \sin \omega_p \tau_4 \\ & - 1 - \frac{(1-\alpha)(1+\beta)}{2\alpha} = 0 \end{aligned} \quad (23)$$

そして, 次式を得る。

$$F(y_0) = y_4 \quad (24)$$

ここでは, $y_0 > 0$ の場合のみ示したが, 系の対称性より $y_0 < 0$ の場合も同様に得ることができる。

図7に式(15)~(24)を解いて得られたポアンカレ写像の例を示す。本モデルより得られたポアンカレ写像は原点近傍を除き, その傾きの絶対値は1より大きいように見える。そこで, 本モデルからは, ポアンカレ写像が唯一絶対連続な不変測度をもち拡大的であるという意味でカオスが発生すると考えられ, それについて次章で調べる。

5. ポアンカレ写像の解析

まず, 図8のように y_{\max} と y_{\min} を定義する。 y_{\max} の値は $(x, y) = (\beta, 0)$ を出発した解が O^+, P^- を経由して L^+ に達する点の y 座標として, また, $-y_{\min}$ の値は $(x, y) = (\beta, 0)$ を出発した解が P^+ を経由して L^- に達する点の y 座標として, 得ることができる。このとき, L^+ および, L^- 上に次の部分区間を定義する。

$$\begin{aligned} J^+ &= [y_{\min}, y_{\max}] \subset L^+, \\ J^- &= [-y_{\max}, -y_{\min}] \subset L^- \end{aligned} \quad (25)$$

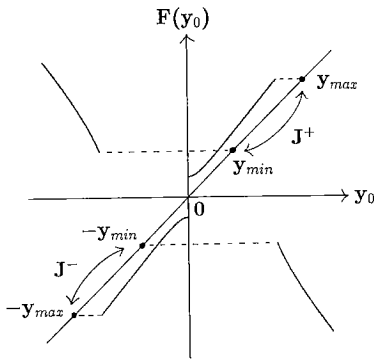


図 8 不変区間
Fig. 8 Invariant interval.

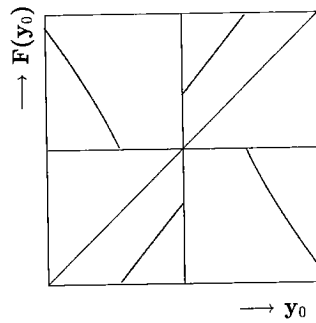
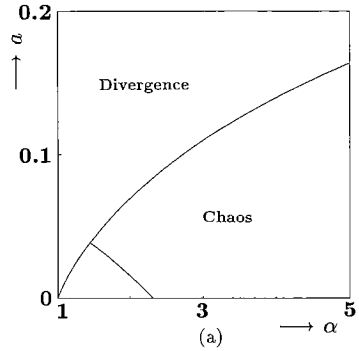
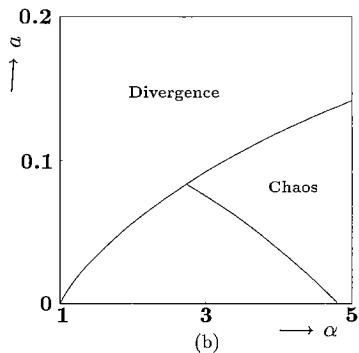


図 10 不変区間上のポアンカレ写像
Fig. 10 Poincaré map on the invariant interval. ($\alpha=4, \beta=1.3, a=0.12$).



(a)



(a) $\beta=1.3$
(b) $\beta=1.2$

図 12 カオス発生領域
Fig. 12 Chaos-generating region.

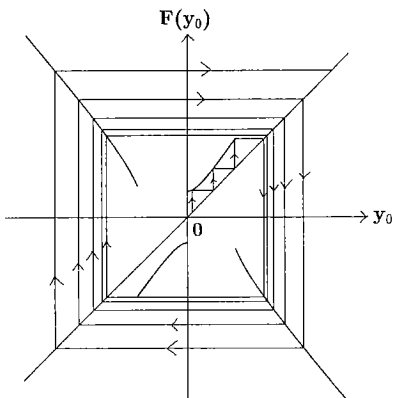


図 9 解の発散
Fig. 9 Divergence of the solution.
($\alpha=4, \beta=1.3, a=0.15$).

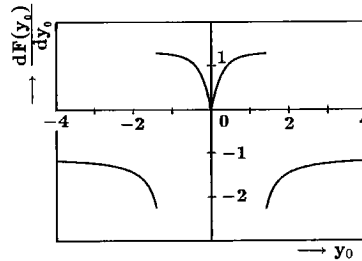


図 11 ポアンカレ写像の1階微分
Fig. 11 Differential coefficient of the Poincaré map.
($\alpha=4, \beta=1.3, a=0.12$).

ここで $F(y_{max}) < -y_{max}$ となる場合には、図9のように解は発散してしまう。このようなパラメータでは、解がヒステリシスループを回ってエネルギーを損失する間に、それ以上のエネルギーを負性抵抗が供給してしまっていると考えられる。

$F(y_{max}) > -y_{max}$ の場合、 $J^+ \cup J^-$ は F の不変区間となり、 $J^+ \cup J^-$ から出発した解は $J^+ \cup J^-$ 上にアトラクタを形成する。そして、そのアトラクタがカオス的となるかは $J^+ \cup J^-$ 上の F の傾きによって決定される。図10に不変区間 $J^+ \cup J^-$ 上の F を示すが、このパラメータでは F の傾きの絶対値は常に1より大きいように見える。

本回路モデルより得られたポアンカレ写像 F の1階微分を図11に示す。同図は式(15)~(24)を実際、微分して得られた式を数値的に解いたものである。図を見るとわかるように、原点近傍を除いてはその絶対値

は1より大きく、また、 $y_0 > 0$ の範囲では $y_0 = y_A$ の不連続点を除いては単調増加しているようである。これは、図11のパラメータ以外でも成り立っていることが計算機実験をする限り認められた。そこで、以下の解析ではあらゆるパラメータにおいて次の条件が成り立つものと仮定する。

[条件1] ほとんどすべての正の y_0 に対し、次式が成り立つ。

$$\frac{d^2 F(y_0)}{dy_0^2} > 0, \quad (y_0 > 0) \tag{26}$$

条件1が成り立つ場合、系の対称性より次式が成り立つ。

$$\frac{d^2 F(y_0)}{dy_0^2} < 0, \quad (y_0 < 0) \tag{27}$$

よって、明らかに以下の定理が成り立つ。

[定理1] ポアンカレ写像 F が以下の条件を満たすとき、不変区間内のほとんどすべての y_0 に対し F の

傾きの絶対値は1より大きな値をとる。よって、 F は唯一絶対連続な不変測度をもち拡大的となり、カオスが発生する。

$$\left. \frac{dF(y_0)}{dy_0} \right|_{y_0=y_{min}} > 1$$

かつ

$$\left. \frac{dF(y_0)}{dy_0} \right|_{y_0=y_{max}} < -1 \quad (28)$$

以下では、図12に[定理1]の条件を満たし、カオスが発生する領域を示す。この図でDivergence領域とその下の領域との境界は $F(y_{max})=-y_{max}$ となるパラメータを示しており、また、Chaos領域とその左下に位置する何も書いていない領域との境界は式(28)の上の式の(左辺)=1となるパラメータを示している。式(28)の下は式は計算実験をする限り常に満足されている。図より、 α または、 β が大きいに、すなわち、ヒステリシス損が大きいに、かなり広いパラメータ領域でカオスが発生することがわかる。これは、ヒステリシス損による解の折畳みの効果が強くなるためと考えられる。

6. む す び

本論文ではヒステリシス飽和特性をもつ非線形インダクタを含むLCR発振器に発生するカオス現象の解析を行った。本回路モデルは2階線形微分方程式が各ヒステリシスループの枝によって切り換わる形の極めて簡単な方程式で記述される。従って、ポアンカレ写像を1次元写像として厳密に導出することができる。この1次元写像に対して、唯一絶対連続な不変測度をもち、写像が拡大的となるという意味でカオスが発生するパラメータ領域を簡単な仮定のもとで数値的に求めた。また、ヒステリシスループの存在のカオス発生にかかわる役割を明らかにした。

今後の課題は回路実験を行い解析結果の妥当性を確認すること、また、カオス発生領域をパラメータで陽に記述することなどである。

謝辞 本研究を遂行するにあたり、貴重な御助言を賜った法政大学 斉藤利通助教授、宇都宮大学稲葉直彦専任講師に深謝の意を表する。

文 献

- (1) Newcomb R. W. and El-Leithy N.: "A Binary Chaos Generator", Proc. ISCAS '84, pp. 856-859 (1984).
- (2) 斉藤利通: "ヒステリシスカオス発生器について", 信学論(A), J67-A, 12, pp. 1162-1167 (1984-12).
- (3) 斉藤利通: "区分線形拘束方程式で記述されるカオス発生

回路について", 信学論(A), J71-A, 4, pp. 965-972 (1988-04).

- (4) 上田 亮: "非線形性に基づく確率統計現象", 電学論(A), 98, 3, pp. 167-173 (1978-03).
- (5) 松尾哲司, 木嶋 昭: "ヒステリシス関数を含むダフィング方程式における分岐現象の数値解析", 信学論(A), J75-A, 1, pp. 39-47 (1992-01).
- (6) Lasota A. and Yorke J.: "On the Existence of the Invariant Measure for Piecewise Monotonic Transformations", Trans. Amer. Math. Soc., 186, pp. 481-488 (1973).

(平成4年3月17日受付, 7月20日再受付)



西尾 芳文

昭63慶大・理工・電気卒。平2同大大学院修士課程了。現在、同大学院博士課程在学中。主として、非線形回路理論、ネットワーク理論、暗号方式に関する研究に従事。IEEE会員。



森 真作

昭32慶大・工・電気卒。昭37同大大学院博士課程了。同年、慶大・工・電気勤務。現在、同大・理工・電気教授。主として、非線形回路、デジタル通信システム、デジタル位同期ループ、医用工学等に関する研究に従事。IEEE, 電気学会, 計測自動制御学会, 日本ハイパーサーミア学会, 日本シミュレーション学会, 情報理論とその応用学会各会員。工博。