

非線形負性インダクタを含む自励振動回路に発生するカオス

正 員 西尾 芳文[†] 正 員 稲葉 直彦^{††} 正 員 森 真作[†]

Chaotic Phenomena in an Autonomous Circuit with a Nonlinear Negative Inductor

Yoshifumi NISHIO[†], Naohiko INABA^{††} and Shinsaku MORI[†], Members

あらまし 本論文では、完全飽和型非線形負性インダクタを含む新しいタイプの Constrained Circuit を提案し、この回路に発生する分岐現象とカオスの解析を行っている。対象とするのはある3次元自励振動回路であり、筆者らが既に提案している理想ダイオード型拘束方程式に似た形の回路方程式によって表される。この方程式は区分的に2次元の方程式によって表されるため、ポアンカレ写像は1次元写像として厳密に導出することができる。そしてこの写像によって、ロジスティックマップカオスの発生する過程を詳しく説明することができる。更に、解析結果の妥当性を回路実験によって確認している。

キーワード：カオス、拘束方程式、1次元写像、非線形インダクタ

1. ま え が き

近年、非線形電気回路に発生するカオス現象は盛んに研究されている。特に、カオスを発生する3次元自励振動回路は数多く提案されている^{(1)~(3)}。これらの3次元回路について、筆者らは、2端子素子のみによって構成されるものに制限し分類を試みたが、非線形素子としては非線形抵抗を用いたものがほとんどであり、非線形リアクタを用いた場合については文献(4)を除いて報告されていなかった。ダフィングの方程式をはじめとして、非線形リアクタを含む多くの2次元強制振動回路にカオスが確認され詳細な解析が行われているにもかかわらず^{(5),(6)}、非線形リアクタを含む自励系についてはほとんど議論は行われておらず、文献(4)においてもカオスの発生は数値的に確認されているのみであり、理論的な解析は深くはなされていないようである。

一方、いくつかの2次元強制系および3次元自励系に発生するカオス現象については、ホースシューの存在証明をはじめとして理論的な解析が行われ始めているが^{(7),(8)}、微小パラメータを ϵ を含む Constrained

Equation を用いる方法は中でも最も有効なアプローチの一つとして知られている^{(9)~(11)}。この方法は、 $\epsilon \rightarrow 0$ において得られる縮退し簡略化された方程式によってカオスの挙動を説明しようとするもので、電気回路のカオスの研究においても数多くの Constrained Circuit が提案されている^{(12)~(17)}。斉藤と筆者らは、Constrained Equation と対応の得られる自然な電気回路モデルとして、ヒステリシス抵抗を含む Constrained Circuit^{(12),(13)}、理想ダイオードを含む Constrained Circuit^{(14)~(17)}等を提案している。しかしながら、現在までに提案されている Constrained Circuit は、2次元他励系のものを含め、非線形抵抗の素子特性の理想化に注目して得られたモデルであり、非線形リアクタを含む Constrained Circuit についてはほとんど議論されていない。磁心コイルを含む系の解析において磁束を完全飽和型とする簡略化法は古くから考えられている方法であるが⁽¹⁸⁾、非線形リアクタを含むカオス発生回路にもこのようリアクタンス特性の理想化が適用可能であることを明らかにすることは興味深い問題である。

本論文では、非線形負性インダクタを含む3次元自励振動回路にカオスが発生することを明らかにし、非線形インダクタの素子特性を完全飽和型とみなすことにより新しいタイプの Constrained Circuit を導き回路に発生する現象の厳密な解析を行っている。この回路は、五つの2端子素子からなるシンプルなカオス発

[†] 慶応義塾大学理工学部電気工学科, 横浜市
Faculty of Science and Technology, Keio University,
Yokohama-shi, 223 Japan.

^{††} 宇都宮大学工学部情報工学科, 宇都宮市
Faculty of Engineering, Utsunomiya University, Utsunomiya-
shi, 321 Japan.

生回路であり、回路方程式は、筆者らが既に提案している理想ダイオード型方程式に似た形の **Constrained Equation**⁽¹⁴⁾⁻⁽¹⁷⁾ によって表される。この方程式は区分的に2次元方程式によって表されるため、適当な写像法によってポアンカレ写像は1次元写像として導出することができる。この写像を用いて、周期倍分岐によってカオスが発生し **Crisis**⁽¹⁹⁾ によって **Double Scroll**⁽²⁾ が発生する様子を詳しく説明しており、更に、解析結果の妥当性を回路実験によって確認している。

2. 回路モデル

回路モデルを図1に示す。図1の非線形インダクタの ϕ - i 特性は次式によって与えられる。

$$i_1 = \frac{\phi}{L_2} - \left(\frac{1}{L_1} + \frac{1}{L_2} \right) \frac{|\phi + \Phi| - |\phi - \Phi|}{2} \quad (1)$$

式(1)の特性を図2に示す。この非線形インダクタは原点の近くでは負のインダクタンスをもつ。本論文では、この非線形インダクタが、強い飽和特性を有する場合、すなわち L_2 が極めて小さい場合を対象とする

ことにする。このような非線形インダクタは図3の回路によって実現できる。回路実験において得られる非線形インダクタの ϕ - i 特性を図4に示す。このように負の特性を有する非線形インダクタは、ジョセフソン素子の等価回路として物理的に存在し、ジョセフソン素子を含む系にカオス現象が発生することは文献^{(4),(20)} 等で数値的に確認されている。本モデルの回路方程式は、次の3次元区分的線形常微分方程式によって表される。

$$\begin{cases} \frac{d\phi}{dt} = -Ri_0 - Ri_1 \\ C \frac{dv}{dt} = i_0 \\ L_0 \frac{di_0}{dt} = (r-R)i_0 - v - Ri_1 \end{cases} \quad (2)$$

ϕ, v, i_0 は非線形インダクタの磁束、 C の両端の電圧、 L_0 を流れる電流を表す。変数変換

$$\phi = \Phi x, v = \frac{\Phi}{\sqrt{L_0 C}} y, i_0 = \frac{\Phi}{L_0} z,$$

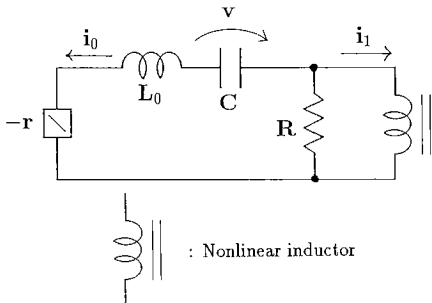


図1 回路モデル
Fig.1 Circuit model.

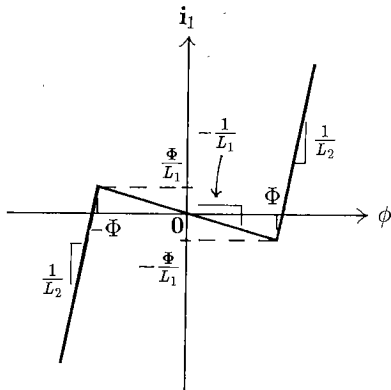


図2 非線形インダクタの ϕ - i 特性
Fig.2 ϕ - i characteristics of the nonlinear inductor.

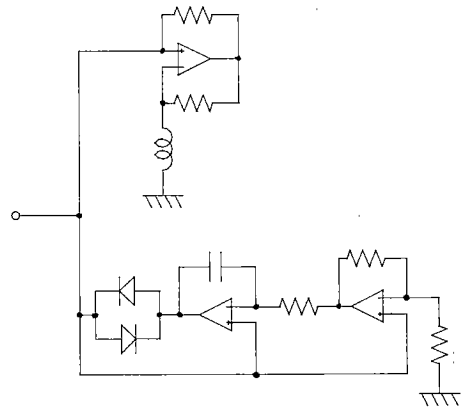


図3 非線形インダクタの回路実現
Fig.3 Circuit realization of the nonlinear inductor.

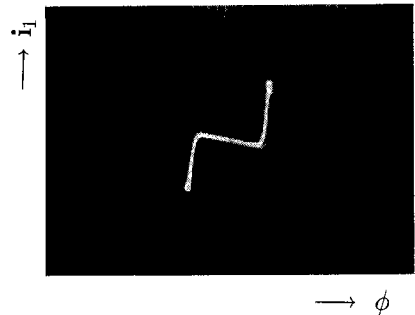


図4 非線形インダクタの ϕ - i 特性
Fig.4 ϕ - i characteristics of the nonlinear inductor.

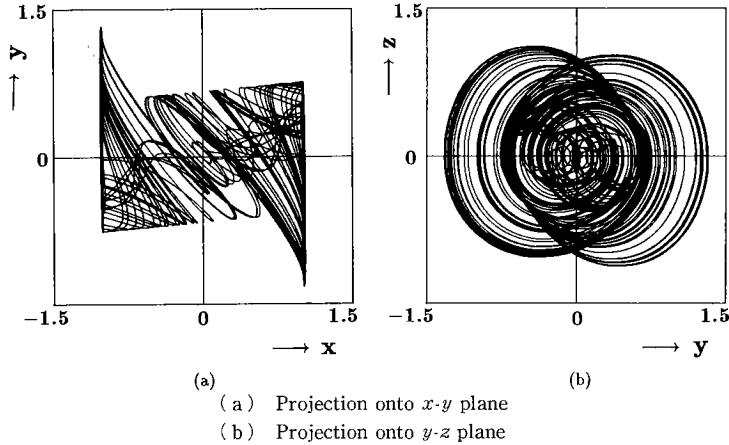


図5 式(4)より得られたカオスのアトラクタ
 Fig. 5 Chaotic attractor from Eq. (4). ($\alpha=0.5, \varepsilon=0.02, a=0.35, b=1$)

$$t = \sqrt{L_0 C} \tau, \quad " \cdot " = \frac{d}{d\tau},$$

$$\frac{L_0}{L_1} = a, \quad \frac{L_0}{L_2} = \frac{1}{\varepsilon}, \quad r\sqrt{\frac{C}{L_0}} = a, \quad R\sqrt{\frac{C}{L_0}} = b \quad (3)$$

よって、式(2)は

$$\begin{cases} \dot{x} = -bz - bf(x) \\ \dot{y} = z \\ \dot{z} = (a-b)z - y - bf(x) \end{cases} \quad (4)$$

$$f(x) = \frac{x}{\varepsilon} - \left(\alpha + \frac{1}{\varepsilon} \right) \frac{|x+1| - |x-1|}{2} \quad (5)$$

となる。式(4)は四つのパラメータ $a, b, \alpha, \varepsilon$ を含む。 $L_2 \ll 1$ であるので ε は微小パラメータであることに注意する。

次に、式(4)のベクトル場の構造について調べる。 $x-y-z$ 状態空間を以下のような三つの部分空間に分割する。

$$\begin{aligned} D^+ &: x \geq 1 \\ D^0 &: |x| < 1 \\ D^- &: x \leq -1 \end{aligned} \quad (6)$$

D^+, D^0, D^- において式(4)は線形である。 D^0 における平衡点は原点 O であり、 D^+ における平衡点を P^+ で表せば、 P^+ は以下のように表される。

$$P^+ : (x, y, z) = (\pm(1 + \varepsilon\alpha), 0, 0) \quad (7)$$

また、各線形領域での固有方程式は以下のように表される。

$$m^3 - \left(a - b - \frac{b}{\varepsilon} \right) m^2 + \left(1 - \frac{ab}{\varepsilon} \right) m + \frac{b}{\varepsilon} = 0 \quad \text{in } D^+ \quad (8)$$

$$m^3 - (a - b + ab) m^2 + (1 + aab) m - ab = 0 \quad \text{in } D^0 \quad (9)$$

以下の議論では、式(8)が実固有値 λ_p と複素共役固有値 $\sigma_p \pm j\omega_p$ をもち、式(9)が実固有値 λ_o と複素共役固有値 $\sigma_o \pm j\omega_o$ をもつ場合を考える。更に、 $\lambda_p < 0, \sigma_p > 0, \lambda_o > 0, \sigma_o < 0$ とする。この固有値の組合せは Double Scroll 回路⁽²⁾ のそれと同じであり、このような区分線形系は Double Scroll Family と呼ばれている。Double Scroll Family に生じる分岐現象については詳細な議論が行われており、特に、シルニコフ型ホモクリニック軌道の存在する場合のあることが厳密証明されている⁽⁷⁾。本論文では別のアプローチ、すなわち $\varepsilon \rightarrow 0$ とすることにより拘束方程式を導き分岐現象の厳密な解析を行う。Double Scroll 回路においては、一つのパラメータによって拘束方程式を導くことは難しいと考えられることに注意する。 ε が十分小さい場合にも図5のような Double Scroll アトラクタが発生する。

まず、 ε が小さい場合のベクトル場の構造について説明する。図6は $(\alpha, \varepsilon, a, b) = (0.5, 0.1, 0.3, 1)$ におけるベクトル場の幾何学的構造を表している。図の把握の困難を避けるため ε はあまり小さくない値を選んだ。図において E^+ は D^+ における実固有値 λ_p に対する固有空間、 E_p^+ は D^+ における複素共役固有値 $\sigma_p \pm j\omega_p$ に対応する固有空間、 E^0 は D^0 における実固有値 λ_o に対する固有空間、 E_p^0 は D^0 における複素共役固有値 $\sigma_o \pm j\omega_o$ に対する固有空間を表している。また、 l_p^+ は E_p^+ と境界面 $x = \pm 1$ の交わる直線を表している。

上記のパラメータ値では各固有値は以下のような値：

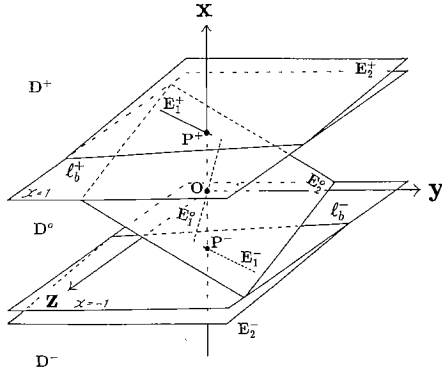


図 6 ベクトル場の構造
Fig. 6 Structure of the vector field.

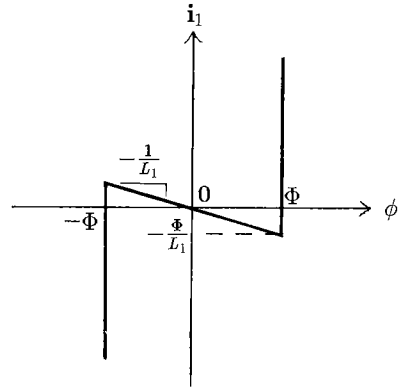


図 7 非線形インダクタの理想化
Fig. 7 Idealization of the nonlinear inductor.

$\lambda_p = -10.97, \sigma_p \pm j\omega_p = 0.13 \pm j0.95$
 $\lambda_o = 0.37, \sigma_o \pm j\omega_o = -0.28 \pm j1.13$ (10)
 をとる。εが小さいとき λ_p は負の値でその絶対値は大きく、また E_{\pm}^{\pm} は境界 $x = \pm 1$ にほぼ重なり合うように位置する。 D^{\pm} 内の解軌道は P^{\pm} の周りを回転しながら極めて急速に E_{\pm}^{\pm} に拘束され、 l_b^{\pm} の近傍で境界条件 $x = \pm 1$ を打つ。

3. 理想モデル

本論文では、図1の回路に発生する現象を、非線形インダクタを理想化したモデルによって解析する。ここで理想化とは非線形インダクタが図7に示すように完全飽和特性をもつということを意味し、これは式(4)、(5)において $\varepsilon \rightarrow 0$ である場合に対応する。

D^{\pm} の領域において、非線形インダクタの磁束を一定とすると次の理想モデルが得られる。

[理想モデル]

(1) $x = \pm 1$ のとき, (in D^{\pm})

$$\begin{cases} \dot{y} = z \\ \dot{z} = -y + az \end{cases} \quad (11)$$

(2) $|x| < 1$ のとき, (in D^0)

$$\begin{cases} \dot{x} = -bz + abx \\ \dot{y} = z \\ \dot{z} = (a-b)z - y + abx \end{cases} \quad (12)$$

但し、式(11)、(12)の解は以下の遷移条件に基づいて接続される。

$$D^+ \rightarrow D^0 : z = a, \quad D^- \rightarrow D^0 : z = -a \quad (13)$$

$$D^0 \rightarrow D^+ : x = 1, \quad D^0 \rightarrow D^- : x = -1 \quad (14)$$

遷移条件 $D^{\pm} \rightarrow D^0$ は、非線形インダクタを流れる電流 i_1 が $\mp \Phi / L_1$ に達することより、 $D^0 \rightarrow D^{\pm}$ は、非

線形インダクタの磁束 ϕ が $\pm \Phi$ に達することより得られる。なお、 D^{\pm} での非線形インダクタを流れる電流 i_1 は式(2)において $d\phi/dt = 0$ の関係から $i_1 = -i_0$ として得ることができる。

式(4)、(5)と理想モデル式(11)~(14)の対応関係は以下のようなものである。ε→0の極限において以下が得られる。

$$\begin{cases} \lim_{\varepsilon \rightarrow 0} \lambda_p = -\infty \\ \lim_{\varepsilon \rightarrow 0} E_{\pm}^{\pm} = \{(x, y, z) | x = \pm 1\} \\ \lim_{\varepsilon \rightarrow 0} l_b^{\pm} = \{(x, y, z) | x = \pm 1, z = \pm a\} \end{cases} \quad (15)$$

式(4)、(5)は、筆者らが既に議論した理想ダイオード型拘束方程式と似た形であるため、式(15)の結果は、文献(15)の結果を応用すれば直ちに得ることができる。

式(15)の意味は以下のようなものである。領域 D^0 から領域 D^{\pm} に入る解について考えると、空間 E_{\pm}^{\pm} は $x = \pm 1$ に収束し、 E_{\pm}^{\pm} に解が拘束される度合を表す λ_p は $-\infty$ となるから、この解は境界面 $x = \pm 1$ に拘束される。この拘束された解が再び領域 D^0 に戻る場合について考えると、解は E_{\pm}^{\pm} に拘束されているから、 E_{\pm}^{\pm} と $x = \pm 1$ の交線 l_b^{\pm} 上から領域 D^0 に入ると考えられ、 l_b^{\pm} は式(13)の遷移条件に収束している。

従って、ε→0において得られる完全飽和型非線形インダクタの特性は、飽和領域 D^{\pm} で磁束は一定値 $\pm \Phi$ であり、 D^{\pm} から D^0 への遷移条件は、非線形インダクタを流れる電流によって決定され $i_1 = \mp \Phi / L_1$ である。

4. ポアンカレ写像

本章では、理想モデルよりポアンカレ写像を1次元写像として導出し、カオスの発生を厳密に説明する。

図8は理想モデルのベクトル場の構造を示している。領域 D^+ に次の半直線を定義する。

$$l_m = \{(x, y, z) | x=1, y < 0, z=0\} \tag{16}$$

l_m 上に初期値をもつ解、すなわち $(x, y, z) = (1, y_0, 0) (y_0 < 0)$ を出発する解について考える。

まず、 E_2^0 と l_b の交点を打つような l_m 上の初期点を $y_A = (1, y_A, 0)$ とし、 l_m を以下のように分割する。

$$\begin{aligned} l_1 &= \{(x, y, z) | x=1, y_A \leq y < 0, z=0\} \\ l_2 &= \{(x, y, z) | x=1, y < y_A, z=0\} \end{aligned} \tag{17}$$

y_A は次のように与えられる。

$$y_A = -\frac{\alpha \hat{\omega}_p}{\exp \hat{\sigma}_p \tau_A \sin \hat{\omega}_p \tau_A} \left(\tau_A = \frac{1}{\hat{\omega}_p} \tan^{-1} \frac{\hat{\omega}_p}{\hat{\sigma}_p - \frac{2\hat{\sigma}_0 - a}{\hat{\sigma}_0^2 + \hat{\omega}_0^2 - 1}} \right) \tag{18}$$

但し、

$$\hat{\sigma}_p = \frac{a}{2}, \hat{\omega}_p = \frac{\sqrt{4 - a^2}}{2} \tag{19}$$

このとき、 l_1 を出発した解は、図中で常に E_2^0 の上側にあるため、領域 D^- に入ることなく l_m に戻ってくる。一方、 l_2 を出発した解は、 l_b を打つが、この点は E_2^0 の下側であるため D^0 に入った解は D^- を打つ。

ここでは、 l_1 を出発する解に限定して考える。まず、境界条件 l_b に接するような l_1 上の初期点を $y_B = (1, y_B, 0)$ とする。但し、

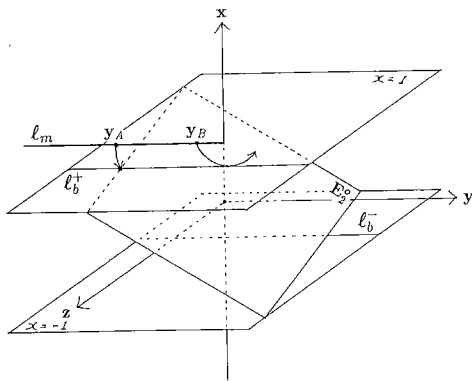


図8 理想モデルのベクトル場
Fig.8 Vector field of the Ideal model.

$$y_B = -\frac{\alpha \hat{\omega}_p}{\exp \hat{\sigma}_p \tau_B \sin \hat{\omega}_p \tau_B} \left(\tau_B = \frac{1}{\hat{\omega}_p} \tan^{-1} \frac{\hat{\omega}_p}{\hat{\sigma}_p - a} \right) \tag{20}$$

解の挙動はその初期値 y_0 の値によって以下の二つの場合がある。

① $y_B \leq y_0 < 0$ のとき：解は境界条件 $z = a$ に達することなく、ある時刻 ($\tau = \tau_0$) に $y = F(y_0)$ で再び l_m と交差する。

② $y_A \leq y_0 < y_B$ のとき：解は $\tau = \tau_1$ に $y = y_1$ で境界条件 l_b を打ち D^0 に入る。 D^0 に入った解はある時刻 ($\tau = \tau_1 + \tau_2$) に $x=1$ を打って $(y, z) = (y_2, z_2)$ で再び D^+ に入り $\tau = \tau_1 + \tau_2 + \tau_3$ に $y = F(y_0)$ で l_m と交差する。

従って、ポアンカレ写像として次のような1次元写像を定義することができる。

$$F: l_1 \rightarrow l_m, y_0 \rightarrow F(y_0) \tag{21}$$

ここで、 y_0 は l_1 上の初期点の y 座標、 $F(y_0)$ は l_1 を出発した解が再び l_m と交差する点の y 座標を表す。

F の具体的な表現は、以下ようになる。

① $y_B \leq y_0 < 0$ のとき：

$$F(y_0) = y_0 \exp \frac{2\pi \hat{\sigma}_p}{\hat{\omega}_p} \tag{22}$$

② $y_A \leq y_0 < y_B$ のとき：

まず、 y_1 は次のように表される。

$$y_1 = [1, 0] \times F_1(\tau_1) \times F_1^{-1}(0) \times \begin{bmatrix} y_0 \\ 0 \end{bmatrix} \tag{23}$$

但し

$$\begin{aligned} F_1(\tau) &= \begin{bmatrix} f_{1y}(\tau) \\ f_{1z}(\tau) \end{bmatrix}, f_{1y}(\tau) = \begin{bmatrix} \exp \hat{\sigma}_p \tau \cos \hat{\omega}_p \tau \\ \exp \hat{\sigma}_p \tau \sin \hat{\omega}_p \tau \end{bmatrix} \tau \\ f_{1z}(\tau) &= \frac{df_{1y}(\tau)}{d\tau} \end{aligned} \tag{24}$$

τ_1 は次の超越方程式を数値的に解くことによって得られる。

$$\alpha = [0, 1] \times F_1(\tau_1) \times F_1^{-1}(0) \times \begin{bmatrix} y_0 \\ 0 \end{bmatrix} \tag{25}$$

次に、 y_2, z_2 は以下のように表される。

$$\begin{bmatrix} y_2 \\ z_2 \end{bmatrix} = [0, 1, 1] \times F_2(\tau_2) \times F_2^{-1}(0) \times \begin{bmatrix} 1 \\ y_1 \\ 0 \end{bmatrix} \tag{26}$$

但し

$$F_2(\tau) = \begin{bmatrix} f_{2x}(\tau) \\ f_{2y}(\tau) \\ f_{2z}(\tau) \end{bmatrix}$$

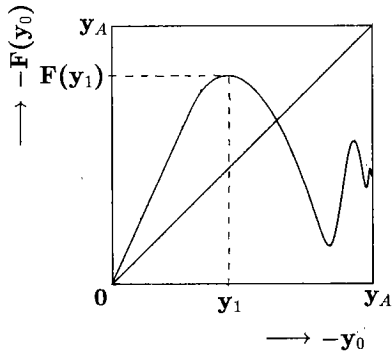


図 9 ポアンカレ写像 F
 Fig. 9 Poincaré map F .
 ($\alpha=0.5, a=0.25, b=1$)

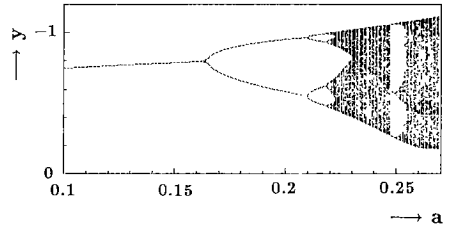
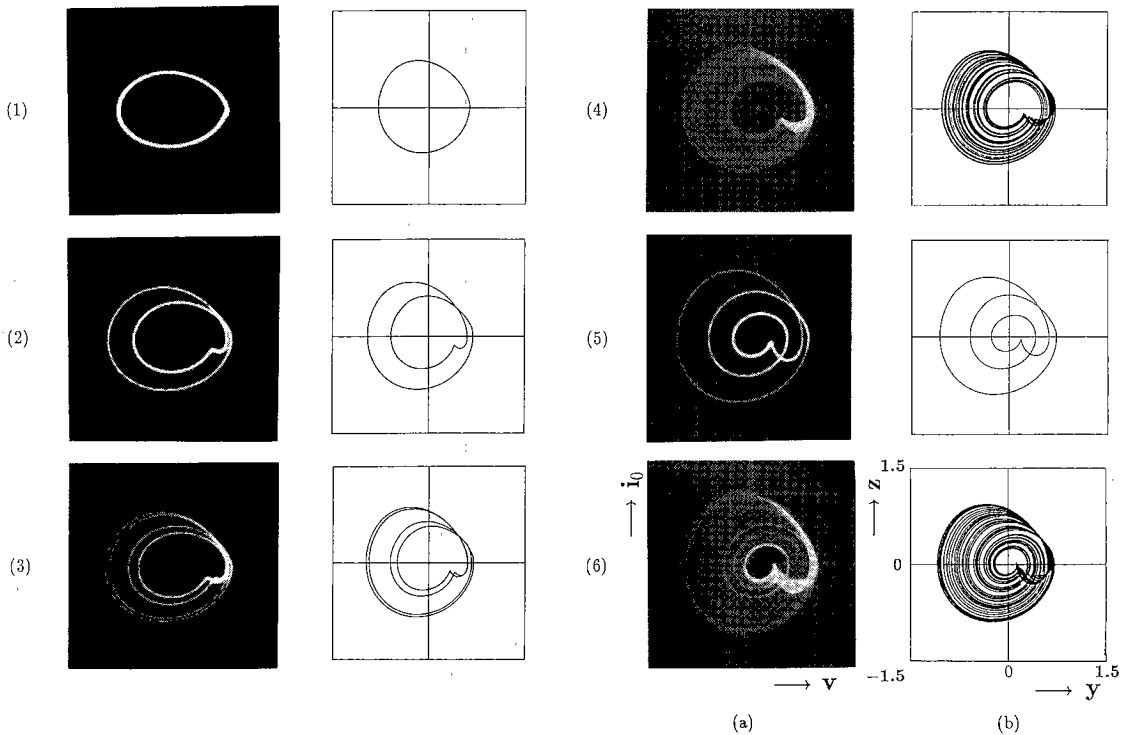


図 10 F の 1 パラメータ分岐ダイアグラム
 Fig. 10 One-parameter bifurcation diagram of F .
 ($\alpha=0.5, b=1$)



- | | | |
|--------------------------|-----------------|----------------|
| (1) 1-periodic attractor | (a) $a=0.1500,$ | (b) $a=0.2323$ |
| (2) 2-periodic attractor | (a) $a=0.2000,$ | (b) $a=0.2760$ |
| (3) 4-periodic attractor | (a) $a=0.2150,$ | (b) $a=0.2855$ |
| (4) Chaotic attractor | (a) $a=0.2400,$ | (b) $a=0.3094$ |
| (5) 3-periodic window | (a) $a=0.2475,$ | (b) $a=0.3266$ |
| (6) Chaotic attractor | (a) $a=0.2600,$ | (b) $a=0.3398$ |

図 11 実験結果 (a) と数値計算結果 (b)
 Fig. 11 Experimental results (a) and the associated simulated results (b).
 ($\alpha=0.5$ and $b=1$)

$$f_{2y}(\tau) = \begin{bmatrix} \exp \lambda_o \tau \\ \exp \sigma_o \tau \cos \omega_o \tau \\ \exp \sigma_o \tau \sin \omega_o \tau \end{bmatrix}^T, \quad f_{2x}(\tau) = \frac{df_{2y}(\tau)}{d\tau}$$

$$abf_{2x}(\tau) = \frac{df_{2x}(\tau)}{d\tau} - (a-b)f_{2x}(\tau) + f_{2y}(\tau) \quad (27)$$

τ_2 は次の超越方程式を数値的に解くことによって得られる。

$$1 = [1, 0, 0] \times F_2(\tau) \times F_2^{-1}(0) \times \begin{bmatrix} 1 \\ y_1 \\ a \end{bmatrix} \quad (28)$$

$F(y_0)$ は次のように表される。

$$F(y_0) = y_2 \exp \bar{\sigma}_p \tau_3 \cos \bar{\omega}_p \tau_3 + \frac{z_2 - \bar{\sigma}_p y_2}{\bar{\omega}_p} \exp \bar{\sigma}_p \tau_3 \sin \bar{\omega}_p \tau_3 \quad (29)$$

但し、

$$\tau_3 = \frac{1}{\bar{\omega}_p} \tan^{-1} \frac{\bar{\omega}_p z_2}{y_2 - \bar{\sigma}_p z_2} \quad (30)$$

F の表現において、超越方程式(25)、(28)を含む形で記述したが、 τ_2 をパラメータにとれば⁽⁷⁾、 F を陽な表式で記述することも可能である。本論文では分岐ダイアグラムを数値的に求めるため、陰表現を用いている。

図9にポアンカレ写像の例を示す。 F の原点に最も近い極値を $F(y_1)$ と書くと、図では $0 > F(y_1) > y_A$ が満たされており、 I_1 は F の不変区間であり、 $F(y_1)$ 近傍は Logistic map^{(21),(22)} に似た形状をしている。図10は数値的に得られる F の1パラメータ分岐ダイアグラム、図11は回路実験と理想モデルにおいて得られるアトラクタの例を示している。周期倍分岐によるカオスの発生、窓などの興味深い現象は図9のポアンカレ写像によって説明されている。

系は原点について対象であるから、原点について対称な位置に同じ性質をもつアトラクタが存在する。 $0 > y_A > F(y_1)$ であるときは I_1 は F の不変区間ではなく、この場合、図5に示した原点について対称である形状をしたアトラクタが観察される。すなわち、 $F(y_1) = y_A$ において、Symmetry-Recovering Crisis⁽¹⁹⁾ が発生し、原点について対称に位置する二つのカオスアトラクタが統合し形状が対称である一つのアトラクタに転移したと考えられる。

5. むすび

本研究では非線形負性インダクタを含むカオス発生自励振動回路の解析を行った。非線形インダクタの ϕ - i 特性が理想的な飽和特性をもつ場合を考えることに

よって、ポアンカレ写像を1次元写像として厳密に導出した。本回路から得られる1次元写像は Logistic map と類似した形状をもっており、周期倍分岐、窓、カオス等の現象を確認することができた。また、理想化の妥当性を理論的、実験的に確認した。

謝辞 本研究を遂行するにあたり、貴重な御助言を賜った法政大学斉藤利通助教教授に深謝の意を表す。

文 献

- (1) Shiriki M., Yamamoto M. and Mori S.: "Multimode Oscillations in a Modified van der Pol Oscillator Containing a Positive Nonlinear Conductance", Proc. IEEE, **69**, pp. 394-395 (1981).
- (2) Matsumoto T., Chua L. O. and Komuro M.: "The Double Scroll", IEEE Trans. Circuits Syst., **CAS-32**, 8, pp. 798-818 (1985).
- (3) Matsumoto T., Chua L. O. and Tokunaga R.: "Chaos via Torus Breakdown", IEEE Trans. Circuits Syst., **CAS-34**, 3, pp. 240-253 (1987).
- (4) 秋山啓次, 荒木純道, 森末道忠: "ジョセフソン自律系の不規則振動", 信学技報, **NLP-89-6**, pp. 35-39 (Sept. 1989).
- (5) 上田皖亮: "非線形性に基づく確率統計現象—Duffing 方程式で表される系の場合", 電学論(A), **98-A**, 3, pp. 167-173 (1978).
- (6) Linsay P. S.: "Period Doubling and Chaotic Behavior in a Driven Anharmonic Oscillator", Phys. Rev. Lett., **47**, pp. 1349-1352 (1981).
- (7) Chua L. O., Komuro M. and Matsumoto T.: "The Double Scroll Family", IEEE Trans. Circuits Syst., **CAS-33**, 11, pp. 1072-1118 (1986).
- (8) Endo T. and Chua L. O.: "Bifurcation Diagrams and Fractal Basin Boundaries of Phase-Locked Loop Circuits", IEEE Trans. Circuits Syst., **CAS-37**, 4, pp. 534-540 (1990).
- (9) Rössler O. E.: "Continuous Chaos-Four Prototype Equations", Ann. New York Acad. Sci., **31**, pp. 376-392 (1979).
- (10) Chua L. O. and Oka H.: "Normal Forms for Constrained Nonlinear Differential Equation—Part I: Theory", IEEE Trans. Circuits Syst., **35**, 7, pp. 881-901 (1988).
- (11) Chua L. O. and Oka H.: "Normal Forms for Constrained Nonlinear Differential Equation—Part II: Bifurcation", IEEE Trans. Circuits Syst., **36**, 1, pp. 71-88 (1989).
- (12) 斉藤利通: "区線形拘束方程式で記述されるカオス発生回路について", 信学論(A), **J71-A**, 4, pp. 965-972 (1988-04).
- (13) Saito T.: "An Approach Toward Higher Dimensional Hysteresis Chaos Generators", IEEE Trans. Circuits Syst., **CAS-37**, 3, pp. 399-409 (1990).
- (14) Inaba N., Saito T. and Mori S.: "Chaotic Phenomena in a Circuit with a Negative Resistance and an Ideal Switch of Diodes", Trans. IEICE, **E70**, 8, pp. 744-754

- (1987).
- (15) 斉藤利通: “1個のダイオードを含むカオス発生回路の族について”, 信学論(A), **J71-A**, 6, pp. 1275-1281 (1988-06).
- (16) Nishio Y., Inaba N., Mori S. and Saito T.: “Rigorous Analyses of Windows in a Symmetric Circuit”, IEEE Trans. Circuits Syst., **CAS-37**, 4, pp. 473-487 (1990).
- (17) Inaba N. and Mori S.: “Chaos via Torus Breakdown in a Piecewise-Linear Forced van der Plo Oscillator with a Diode”, IEEE Trans. Circuits Syst., **CAS-38**, 4, pp. 398-409 (1991).
- (18) 志村正道: “非線形回路理論”, 昭昇堂(1969).
- (19) Kitano M., Yabuzaki T. and Ogawa T.: “Symmetry-Recovering Crises of Chaos in Polarization-Related Optical Bistability”, Phys. Rev. A, **29**, 3, pp. 1288-1296 (1984).
- (20) Salam F. M. A. and Sastry S. S.: “Dynamics of the Forced Josephson Junction Circuit: The Regions of Chaos”, IEEE Trans. Circuits Syst., **CAS-32**, 8, pp. 784-796 (1985).
- (21) May R. M.: “Simple Mathematical Models with Very Complicated Dynamics”, Nature, **261**, pp. 459-467 (1976).
- (22) Collet P. and Eckmann J.-P.: “Iterated Maps on the Interval as Dynamical Systems”, Boston: Birkhäuser (1980).

(平成3年7月22日受付, 11月12日再受付)



森 真作

昭32慶大・工・電気卒, 昭37同大学院博士課程了, 同年, 慶大・工・電気勤務, 現在, 同大・理工・電気教授, 主として, 非線形回路, デジタル通信システム, デジタル位相同期ループ, 医用工学等に関する研究に従事, IEEE, 電気学会, 計測自動制御学会, 日本ハイパーサーミア学会, 日本シミュレーション学会, 情報理論とその応用学会各会員, 工博.



西尾 芳文

昭63慶大・理工・電気卒, 平2同大学院修士課程了, 現在, 同大学院博士課程在学中, 主として, 非線形回路理論, ネットワーク理論に関する研究に従事, IEEE会員.



稲葉 直彦

昭59慶大・工・電気卒, 平1同大学院博士課程了, 同年, 宇都宮大・工・情報助手, 平3同大専任講師, 現在に至る, 非線形回路理論の研究に従事, IEEE会員, 工博.